

目次

[Q1 切断三角柱展開図と体積比](#)
[Q2 立方体のくり抜き](#)
[Q3 面積比](#)
[Q4 立方体上の点の移動](#)
[Q5 直角二等辺三角形の面積](#)
[Q6 足し算のピラミッド](#)
[Q7 正八面体の切断](#)
[Q8 水槽の水（ニュートン算）](#)
[Q9 点群から図形を作る](#)
[Q10 回転図形](#)
[Q11 数字のピラミッド](#)
[Q12 道順](#)
[Q13 正三角形を描く](#)
[Q14 数のパズル](#)
[Q15 場合の数](#)
[Q16 特殊な立体図形](#)
[Q17 席替えの法則](#)
[Q18 おはじきの置き方](#)
[Q19 時計と暦](#)
[Q20 投影図](#)
[Q21 対角線によって切断される正方形の数](#)
[Q22 三角柱の切断](#)
[Q23 樹形図](#)
[Q24 円の中を回転する正三角形](#)
[Q25 立方体の切断](#)
[Q26 ピーズの輪](#)
[Q27 部屋の行き方](#)
[Q28 図形の移動](#)
[Q29 数のパズル](#)
[Q30 四角形の性質](#)
[Q31 魔方陣](#)
[Q32 平面図形の角度](#)
[Q33 図形パズル](#)
[Q34 約分できない数](#)
[Q35 数の組み合わせ](#)
[Q36 回転体の体積](#)
[Q37 棒の可動範囲](#)
[Q38 ひもで巻いたときの最短](#)
[Q39 平面図形の面積](#)
[Q40 長方形の中に三角形を作る場合の数](#)
[Q41 マス目に入る数](#)
[Q42 クラスの人数（ベン図）](#)
[Q43 計算問題](#)
[Q44 計算問題](#)
[Q45 計算問題](#)
[Q46 既約分数の和](#)
[Q47 数の性質&規則性](#)
[Q48 長方形の面積](#)
[Q49 虫食い算](#)
[Q50 立方体の切断](#)
[解答](#)
[A1 切断三角柱展開図と体積比](#)
[A2 立方体のくり抜き](#)
[A3 面積比](#)
[A4 立方体上の点の移動](#)
[A5 直角二等辺三角形の面積](#)
[A6 足し算のピラミッド](#)
[A7 正八面体の切断](#)
[A8 水槽の水（ニュートン算）](#)
[A9 点群から図形を作る](#)

[A10 回転図形](#)

[A11 数字のピラミッド](#)

[A12 道順](#)

[A13 正三角形を描く](#)

[A14 数のパズル](#)

[A15 場合の数](#)

[A16 特殊な立体図形](#)

[A17 席替えの法則](#)

[A18 おはじきの置き方](#)

[A19 時計と暦](#)

[A20 投影図](#)

[A21 対角線によって切断される正方形の数](#)

[A22 三角柱の切断対角線によって切断される正方形の数](#)

[A23 樹形図](#)

[A24 円の中を回転する正三角形](#)

[A25 立方体の切断](#)

[A26 ビーズの輪](#)

[A27 部屋の行き方](#)

[A28 図形の移動](#)

[A29 数のパズル](#)

[A30 四角形の性質](#)

[A31 魔方陣](#)

[A32 平面図形の角度](#)

[A33 図形パズル](#)

[A34 約分でできない数](#)

[A35 数の組み合わせ](#)

[A36 回転体の体積](#)

[A37 棒の可動範囲](#)

[A38 ひもで巻いたときの最短](#)

[A39 平面図形の面積](#)

[A40 長方形の中に三角形を作る場合の数](#)

[A41 マス目に入る数](#)

[A42 クラスの人数（ベン図）](#)

[A43 計算問題](#)

[A44 計算問題](#)

[A45 計算問題](#)

[A46 既約分数の和](#)

[A47 数の性質&規則性](#)

[A48 長方形の面積](#)

[A49 虫食い算](#)

[A50 立方体の切断](#)

Q1 切断三角柱展開図と体積比

問題

図1，2はある立体の展開図です。図1は、長方形1つ、正三角形2つ、台形2つからできています。図2は正三角形4つからできています。図1を組み立ててできる立体の体積は、図2を組み立ててできる立体の体積の何倍か答えなさい。

図1

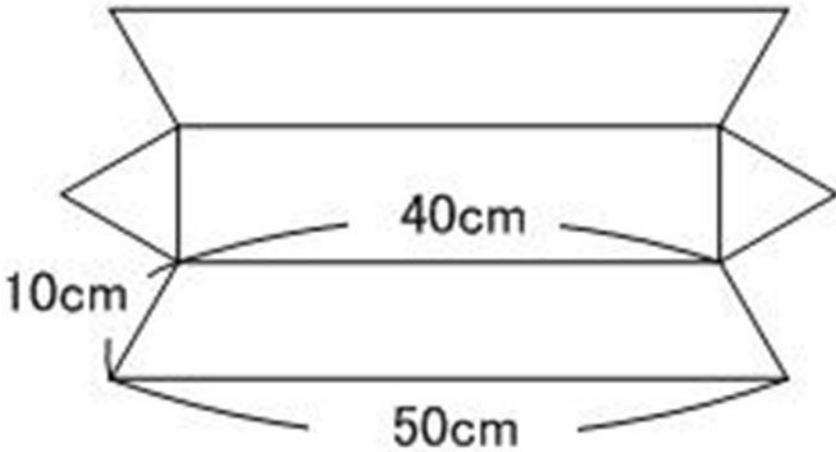
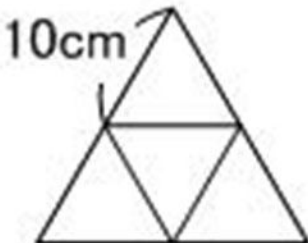


図2



Q2 立方体のくり抜き

問題

1 辺の長さが 6 cm の立方体があります。

正面から見たとき図 1 の灰色の部分になるように四角柱の形の穴を反対側の面まであけます。

次に、ま横から見たとき図 2 の灰色の部分になるように側面に垂直に元の立体の反対側の面までくり抜き穴をあけます。

このとき、次の問に答えなさい。図の目盛りは 1 cm です。

- (1) できた立体の体積は、もとの立方体の体積より何 cm^3 小さいですか。
- (2) できた立体の表面積を求めなさい。

[解答を見る](#)

[目次へ](#)

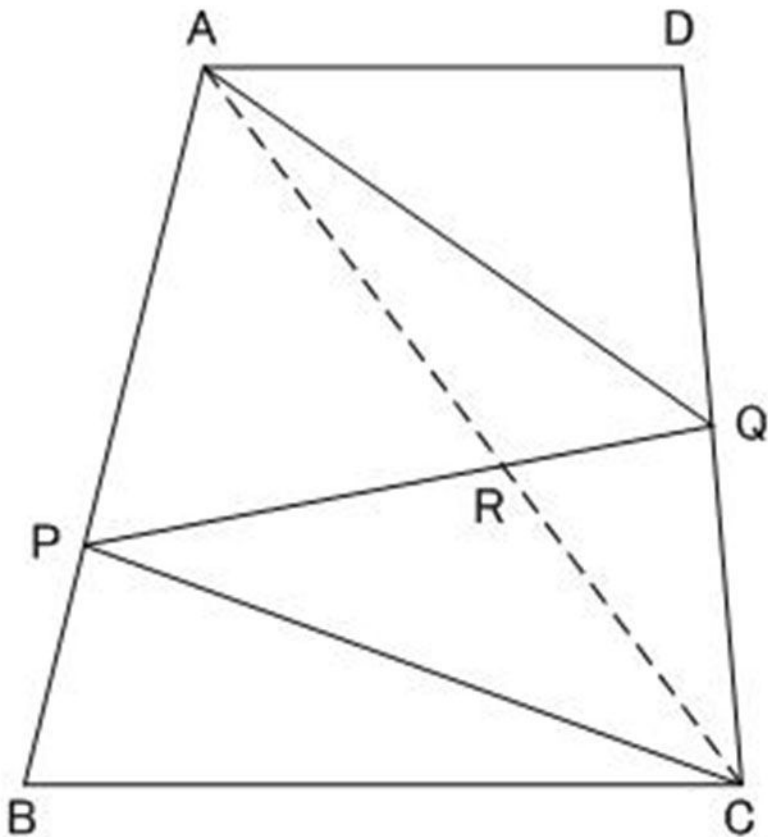
Q3 面積比

問題

台形 $ABCD$ があります。

AD と BC は平行で、 AD と BC の長さの比は $2:3$ です。 AB 上に点 P 、 CD 上に点 Q をとったところ、
三角形 ADQ 、三角形 APQ 、三角形 PQC 、三角形 PBC の面積は、
それぞれ 3 cm^2 、 5 cm^2 、 4 cm^2 、 3 m^2 となりました。

PQ と AC の交点を点 R としたとき、次の問に答えなさい。



(1) 三角形 APC の面積を求めなさい。

(2) 三角形 APR の面積を求めなさい。

[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q4 立方体上の点の移動

問題

1 辺 8 cm の立方体 $ABCD-EFGH$ があります (図 1)。

点 P が立方体の頂点 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow A$ の順に、1 秒間に 2 cm の速さで移動します。

また、点 Q が頂点 $A \rightarrow D \rightarrow H \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow \dots$ の順に、1 秒間に 4 cm の速さで、点 P が移動し終わるまで動きます。

点 P 、 Q が同時に頂点 A を出発したとき、次の問に答えなさい。

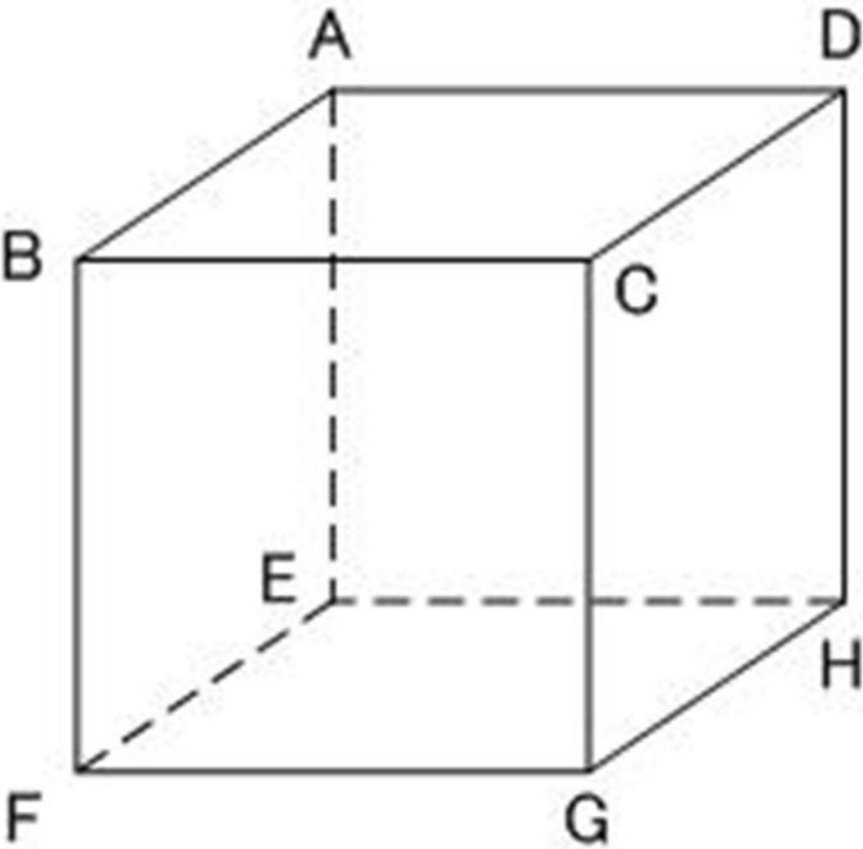


図 1

- 頂点 G にいるとき、点 Q はどこにいるか答えなさい。
- 1) 点 P が
- (2) 線分 PQ の長さがもっとも長くなるのは出発して何秒後か答えなさい。

(3) 点 P、Q がともに立方体の同じ辺上にいるのは、もともと長くて何秒間か答えなさい。

(4) 三角形 P Q H が正三角形になるのは出発して何秒後か答えなさい。

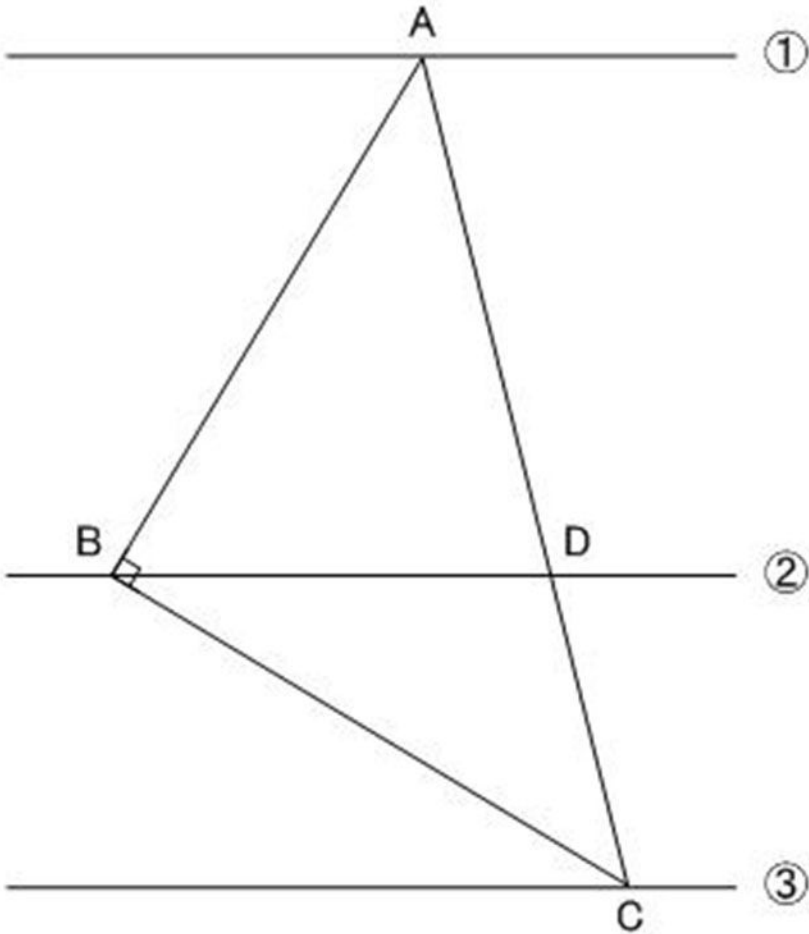
[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q5 直角二等辺三角形の面積

問題

直角二等辺三角形ABCの各頂点が、図のように平行な線①、②、③の上にあります。
このとき①と②の間は5 cm、②と③の間は3 cmでした。
線②とACの交点をDとしたとき、三角形ABCの面積を求めなさい。



Q6 足し算のピラミッド

問題

数の書かれたカードを3枚ならべ、次の操作でカードを増やしていきます。

となり合う左右のカードに書かれた数の和を書いたカードを、その2枚のカードの間に加える。

たとえば、最初の状態が・・・◎①②のとき、1回目の操作のあと・・・◎①①③②

となり、2回目の操作のあと・・・◎①①②①④③⑤②となります。

次の問に答えなさい。

(1) 最初の状態が、②③①のとき、3回目の操作の後にカードに書かれている数のうち、最も大きい数は何ですか。

(2) 最初の状態が、②⑦④のとき、12回目の操作の後に、右から2番目のカードに書かれている数は何ですか。

(3) 最初の状態が、⑪A⑦のとき、14回目の操作の後に、右から2番目と左から2番目のカードに書かれている数の和が290になりました。Aに書いてある数は何ですか。

[解答を見る](#)

[目次へ](#)

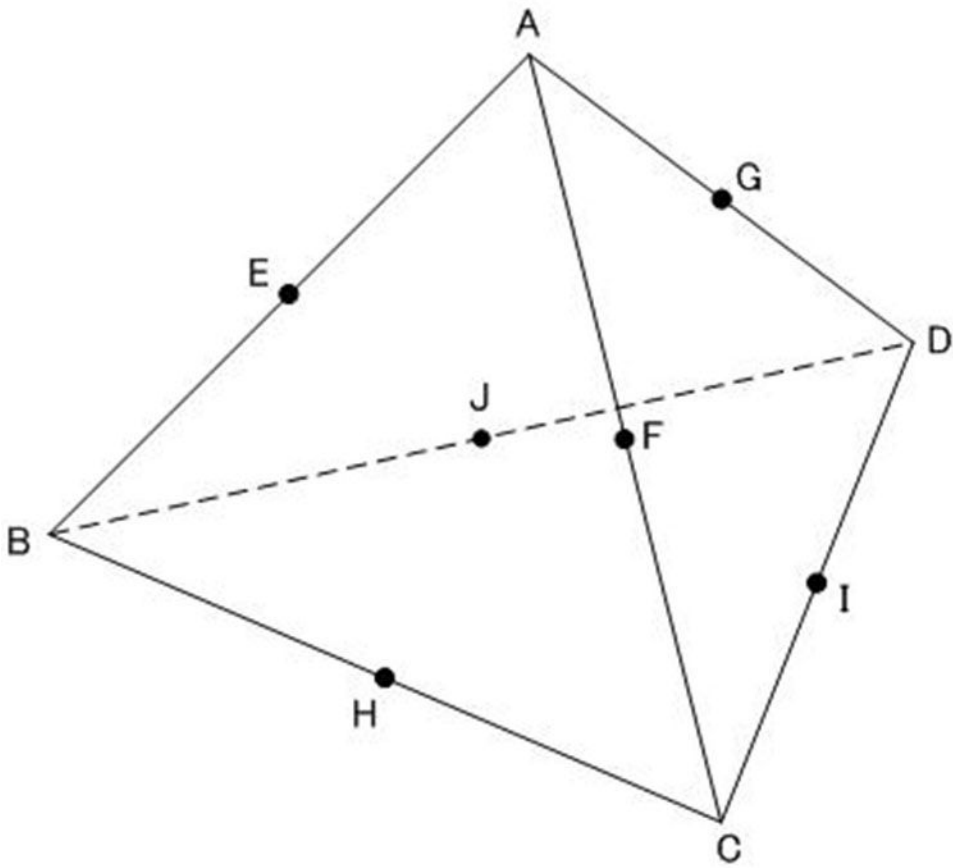
Q7 正八面体の切断

問題

すべての辺の長さが20cmの三角すいA-BCDがあります。

この三角すいの辺のまん中の点を図のようにE、F、G、H、I、Jとし、点E、F、G、H、I、Jを10cmの長さで結べる点どうしを結んでできた立体をTとします。

このとき、次の問に答えなさい。



- (1) 立体Tの辺の本数を答えなさい。
- (2) 立体Tの各辺のまん中の点を取り、5cmの長さで結べる点どうしを結び、立体Sを作るとき、立体Sの辺の本数を答えなさい。
- (3) 三角すいA-BCDの表面積は、立体Tの表面積の何倍か答えなさい。
- (4) BE、CF、DGのそれぞれのまん中の点を通る平面で立体Tを切断したとき、立体Tの切り口の面積は三角形ABCの面積の何倍か答えなさい。

Q8 水槽の水（ニュートン算）

問題

容積が378Lの水そうがあり、常に一定量の水が注ぎこまれています。

この水そうには、毎分一定量の水を排水する5つの同じ管がついています。水そうが満水するとき、2つの管を開いたところ、126分で水そうが空になりました。

次に、水そうが満水するとき、5つの管をすべて開いたところ、18分で水そうが空になりました。

このとき、次の問に答えなさい。

（1）水そうに注ぎこまれる水は、毎分何Lですか。

また、水そうの管は、毎分何Lの水を排水しますか。

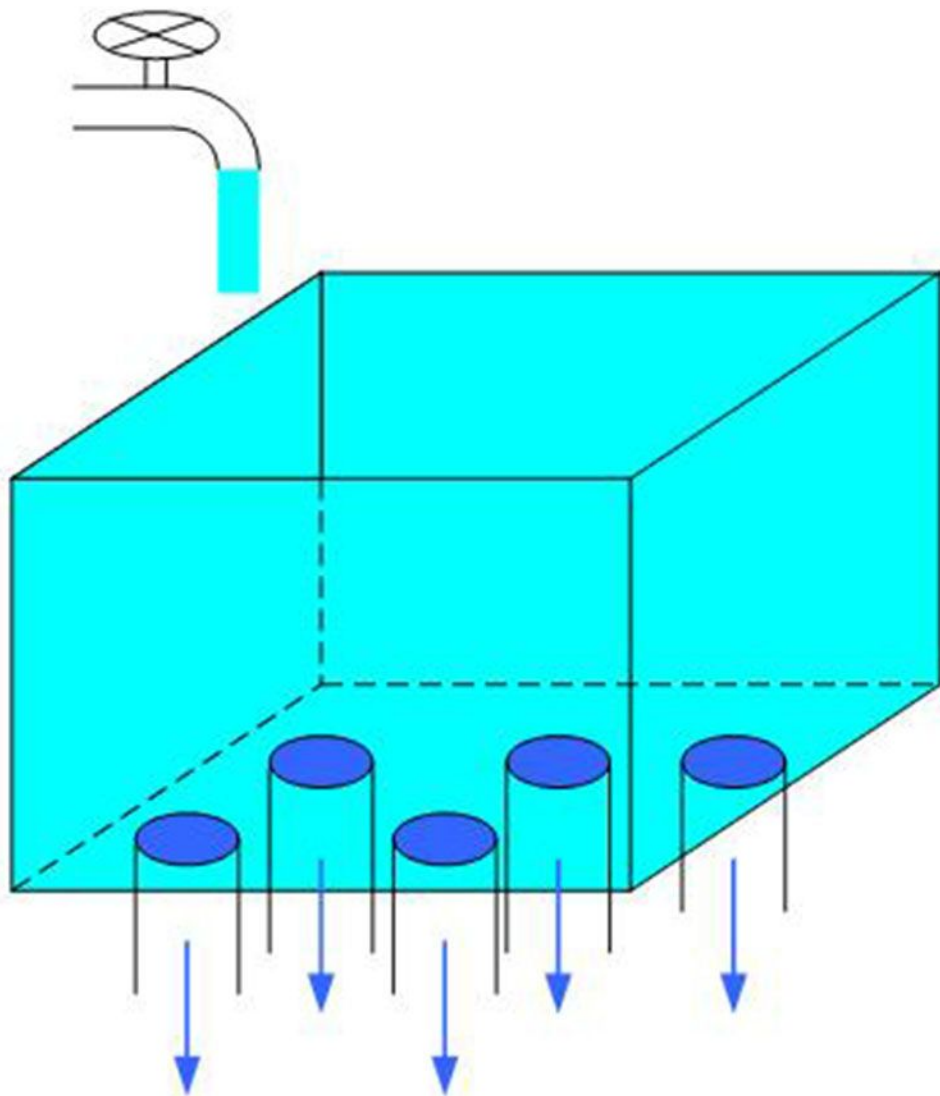
（2）水そうを満水にしてから、5つの管をすべて開きました。

しばらくして1つの管を閉め、さらにしばらくして1つの管を閉め、水そうが空になるまでその状態にしました。

5つの管を開けていた時間と、4つの管を開けていた時間と、3つの管を開けていた時間の

比は、4：4：5でした。

このとき、5つの管すべてを開けていた時間は何分か答えなさい。



[解答を見る](#)

[目次へ](#)

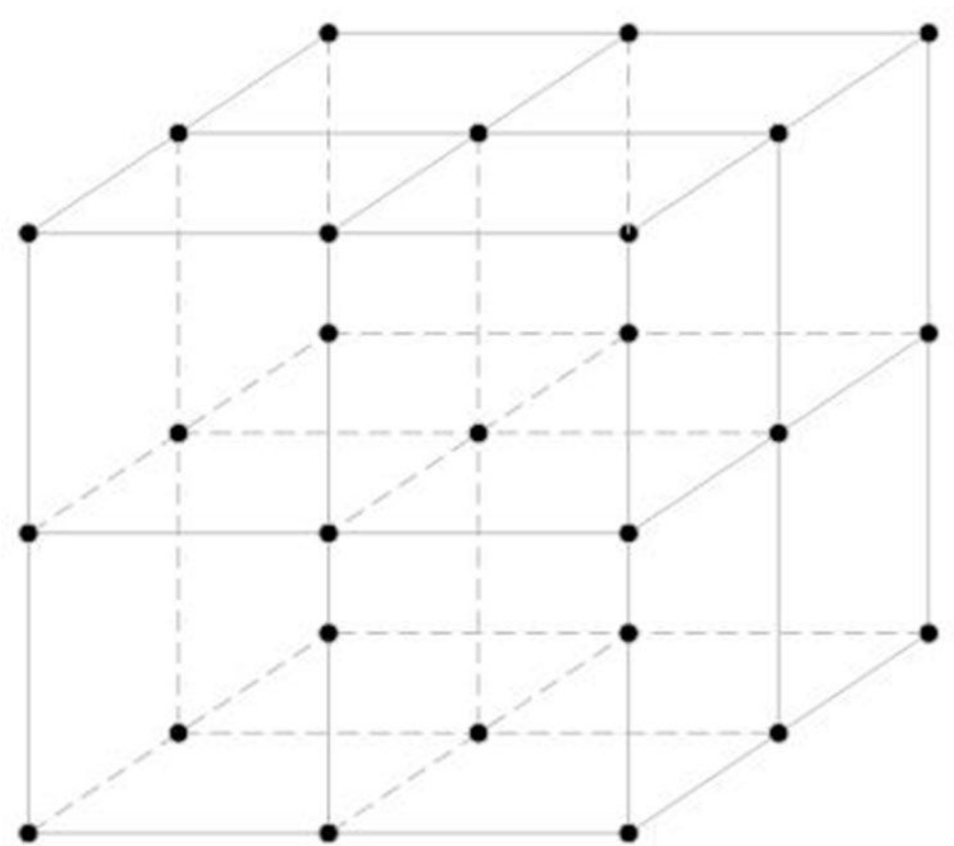
Q9 点群から図形を作る

問題

図のように、空間に27個の点を配置します。これらの点は、

1辺1cmの立方体を8個積み上げて、1辺2cmの立方体を

作ったときの、各頂点に対応します。このとき次の問に答えなさい。



(1) 27個の点から、3つの点を選び三角形を作ります。
このとき正三角形は何通りできますか。

(2) 27個の点から、4つの点を選び四角形を作ります。
このとき正方形は何通りできますか。

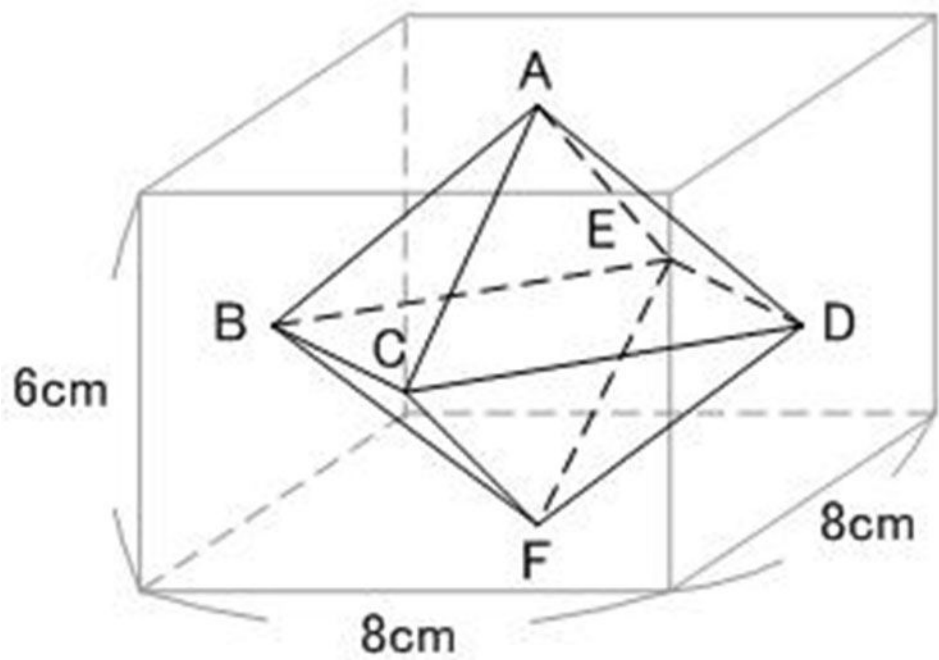
[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q10 回転図形

問題

図のように直方体の面の中心を線で結んで、八面体A B C D E Fを作りました。



このとき次の問に答えなさい。円周率は $3 \cdot 14$ とし、答えは小数第1位を四捨五入しなさい。

- (1) 八面体A B C D E Fの体積を答えなさい。
- (2) 八面体A B C D E Fを、対角線BDを軸として回転させた立体の体積を答えなさい。
- (3) 八面体から四角形A B F Dを取り出すと、ADの長さは5 c mです。

辺ADを軸として四角形A B F Dを回転させたとき、できる立体の体積を答えなさい。

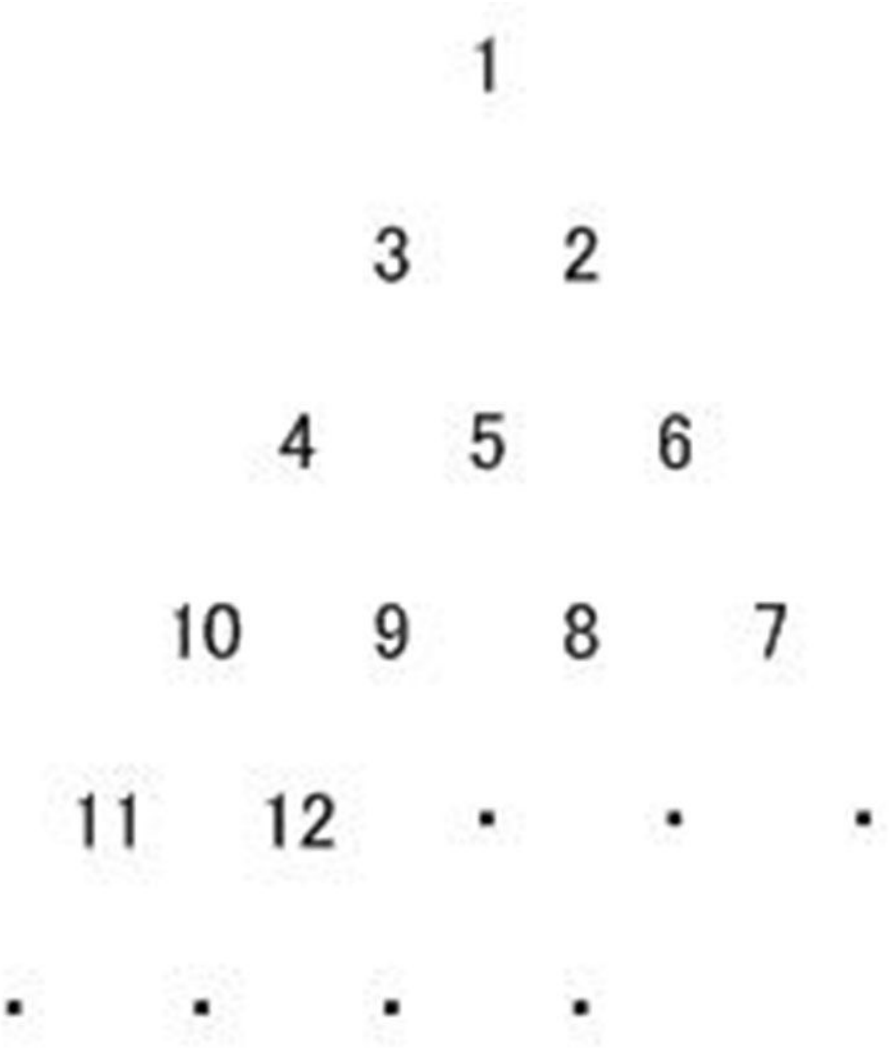
[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q11 数字のピラミッド

問題

数字が図のように規則的に並んでいます。

- (1) 2 1 段目の左から 3 番目の数字を答えなさい。
- (2) 2 1 段目の右から 3 番目の数字を答えなさい。
- (3) 2009は何段目の左から何番目が答えなさい。



[解答を見る](#)

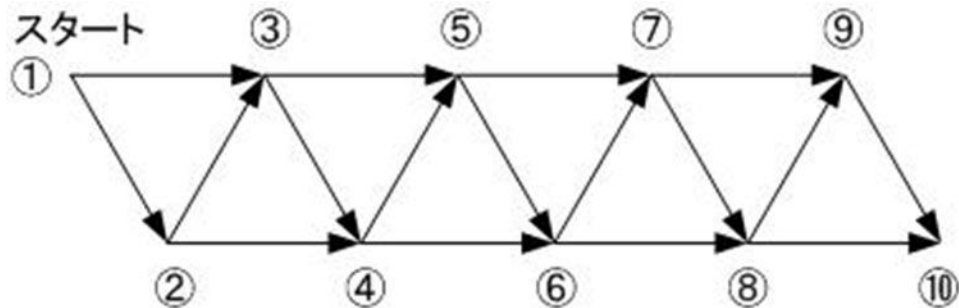
[目次へ](#)

Q12 道順

問題

図のように、①～⑩までの地点を結ぶ道を考えます。

道は、図にあるように、矢印の方向にしか進むことができません。



このとき、次の問に答えなさい。

- (1) スタートから④の地点までいく方法は何通りありますか。
- (2) スタートから⑤の地点までいく方法は何通りありますか。
- (3) スタートから⑩の地点までいく方法は何通りありますか。

[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q13 正三角形を描く

問題

図の線は、平面を同じ大きさの正三角形でしきつめたものです。

図1



図2



図3

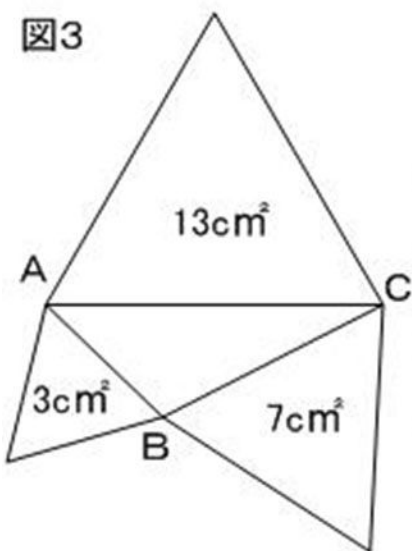


図4

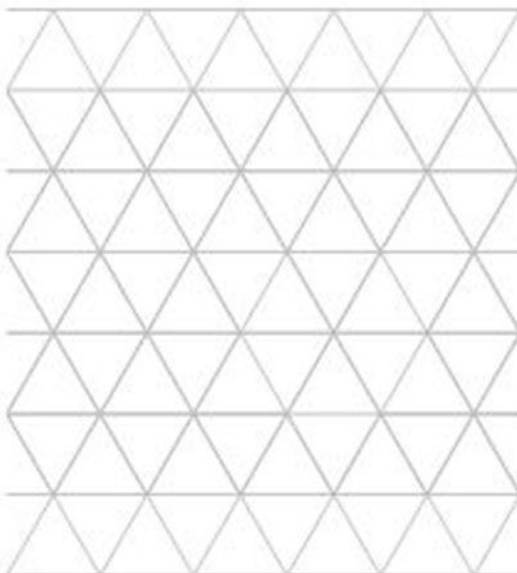


図1の正三角形の面積を 1 cm^2 とするとき、次の問に答えなさい。

(1) 図2の正三角形の面積を求めなさい。

(2) 線の交点を頂点とするような、面積が 13 cm^2 の正三角形を 1 つ図 4 の上に描きなさい。

(3) 図 3 のような、面積がそれぞれ 3 cm^2 、 7 cm^2 、 13 cm^2 の正三角形で囲まれた三角形 ABC を、図 4 の上に描きなさい。ただし、

頂点 A 、 B 、 C は線の交点になるようにします。頂点 A 、 B 、 C の記号も書きなさい。

(4) 三角形 ABC の面積を求めなさい。

[解答を見る](#)

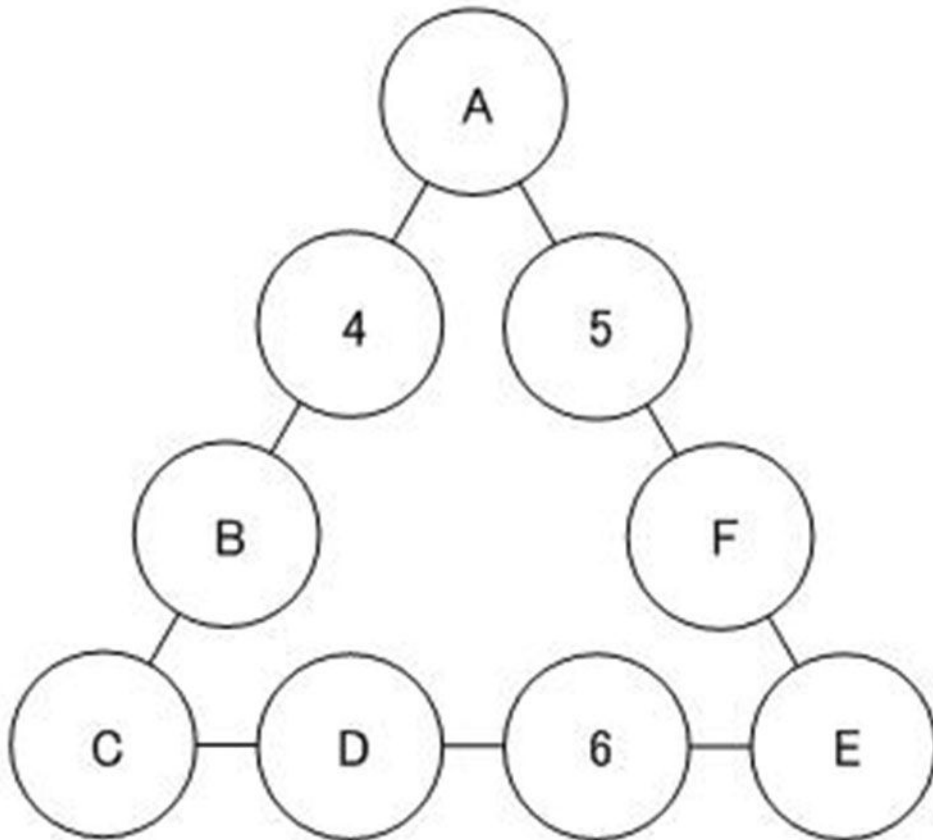
[目次へ](#)

Q14 数のパズル

問題

下の図の○の中に1～9の数字を入れて、各辺の数字の和が17になるようにします。4、5、6が図のようにあるとき、

A～Fまでに入る数字を答えなさい。（答えは何通りかあるので、そのうち1つを答えなさい。ただし数字は1度しか使えないものとします。）



[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q15 場合の数

問題

1～8の数字が1つずつ書かれたカードが8枚あります。

このカードから3枚取り出し、左から1枚ずつ並べて、3けたの整数を作ります。このとき、次の間に答えなさい。

(1) できる整数のうち、百の位の数字と一の位の数字を掛けた数と十の位の数字が等しいものは何通りありますか。

(2) できる整数のうち、百の位の数字と一の位の数字の差が十の位の数字と等しいものは何通りありますか。

[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q16 特殊な立体図形

問題

図1の立体を展開すると、図2の展開図になります。

この立体の体積を求めなさい。円周率は $3 \cdot 14$ とします。

[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q17 席替えの法則

問題

あるクラスの教室には1～12までの12の座席があり、A君、B君、C君、D君、E君、F君、G君、H君、I君、J君、K君、L君の12人の

生徒が図1のように座っています。

このクラスでは、表1の指示に従って席がえが行われます。このとき、次の問に答えなさい。

- (1) 1 回席がえを行ったとき、最初の席と席が入れ替わるのは誰と誰ですか。
- (2) 4 回席がえを行ったとき、最初の席と同じ席に人は誰か、すべて答えなさい。
- (3) 初めて全員が同時に最初の席に戻るのは、何回席がえを行ったときか答えなさい。

[解答を見る](#)

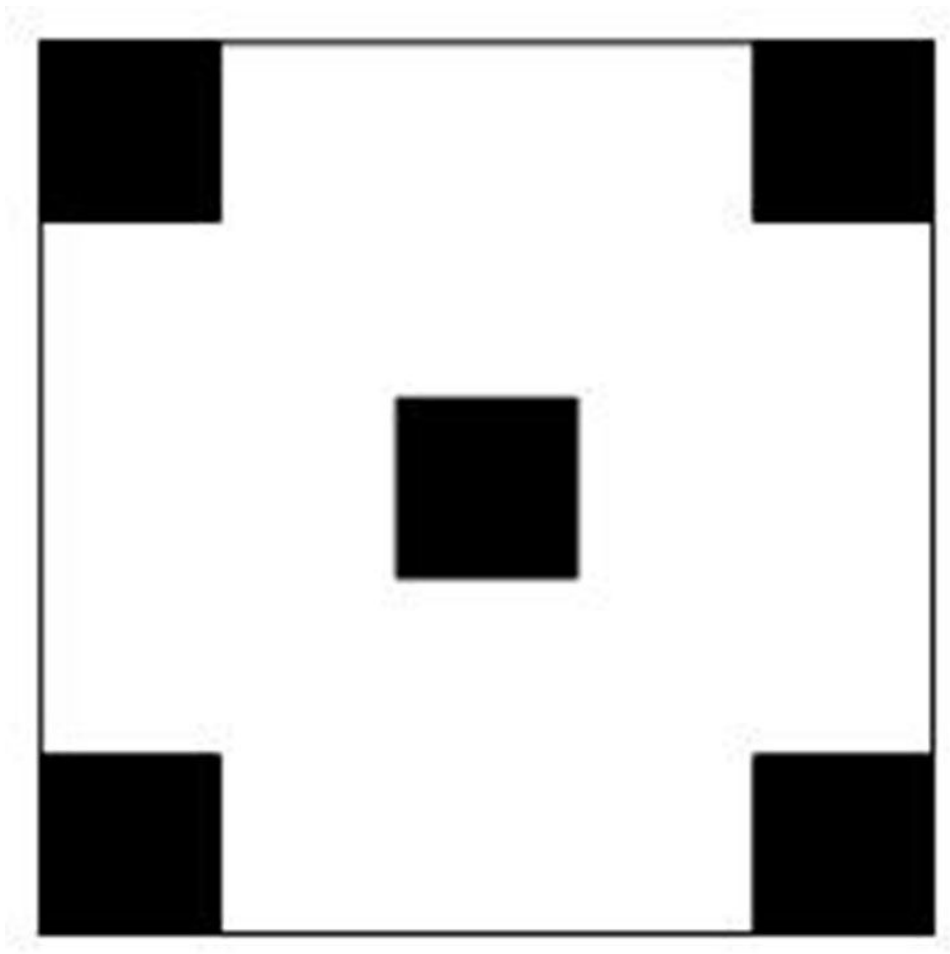
[目次へ](#)

Q18 おはじきの置き方

問題

図は正方形の台を真上から見た図です。この台の四隅（よすみ）と中央におはじきを置くときの置き方について次の間に答えなさい。

ただし、台は回転するので、回転して同じになる置き方は同じものとします。



（１）赤いおはじき２個、白いおはじき３個を台に置くとき、置き方は何通りありますか。

（２）赤いおはじき２個、白いおはじき２個、青いおはじき１個を台に置くとき、置き方は何通りありますか。

[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q19 時計と暦

問題

時刻（午前と午後の区別もできる）と月日を表示できる2つの時計A，Bがあります。

時計Aは正確な時を刻みますが、時計Bは時計Aが25時間進む間に24時間しか進みません。

この2つの時計を2004年2月2日午前10時に、2つの時計A，Bを正確な時刻・月日にあわせました。

このとき次の間に答えなさい。

（1）2つの時計A，Bが次に同時刻を表示するのは何年何月何日の午前あるいは午後の何時何分が答えなさい。

（2）2つの時計A，Bが次に同時刻で、同じ月日を表示するのは何年何月何日の午前あるいは午後の何時何分が答えなさい。

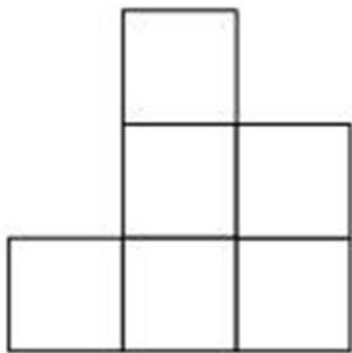
[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q20 投影図

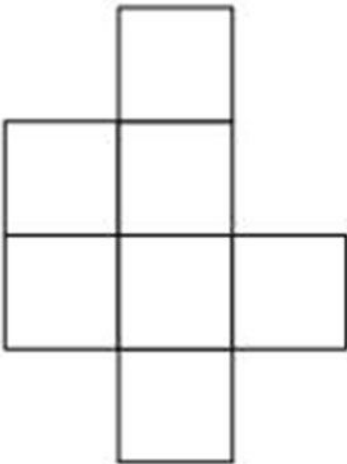
問題

下の図1は、1辺2cmの立方体を何個か積み上げた立体を正面、真上、左横から見た図です。このとき次の問に答えなさい。

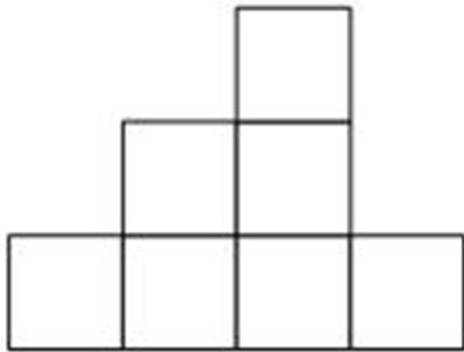
正面から



真上から



左横から



- (1) 積み上げられた立方体は何個ありますか。
- (2) この立体の表面積を答えなさい。

Q21 対角線によって切断される正方形の数

問題

(1) 図1のような、3辺の長さが5 cm、12 cm、13 cmの直角三角形の中に、1辺の長さが1 cmの正方形をすき間なく

並べていくとき、最大で何個の正方形を並べることができますか。

(2) 3 辺の長さが 15 cm、36 cm、39 cm の直角三角形の中に同様に 1 辺の長さが 1 cm の正方形をすき間なく並べていくとき、

最大で何個の正方形を並べることができますか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q22 三角柱の切断

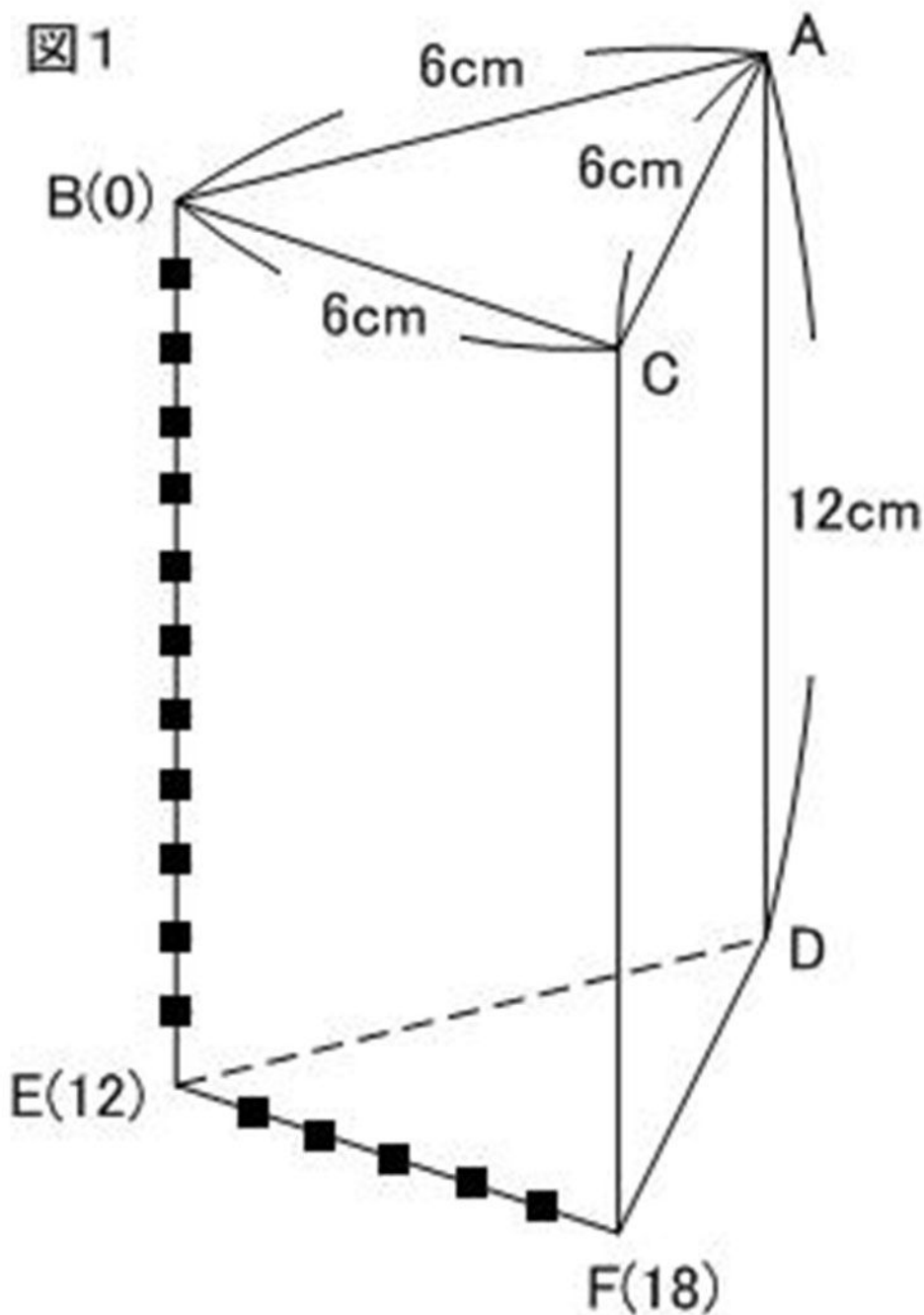
問題

図1のような、底面が正三角形の三角柱A B C－D E Fがあり、頂点Bを目盛り「0」として、頂点Eを通り、頂点Fまで、1 c mごとに1 8までの目盛りがあります。

点P，Qが辺B EおよびE Fの目盛りの上のどこかにあるとき、次の問に答えなさい。

なお、三角すいの体積＝底面積×高さ÷3 で求められるものとします。

図 1



(1) 3点A, C, Pを通る平面で三角柱を切断すると、頂点Bをふくむ方の立体(立体Iとする)と頂点Dをふくむ方の立体(立体IIとする)の体積比が1:11になりました。

点Pは、いくつの目盛りの上にありますか。

(2) 点Pが「14」の目盛りの上にあるとき、立体Iと立体IIの体積比を求めなさい。

次に、図3のような1辺1 cmの三角柱（立体Z）を積み重ねて、図2のように三角柱A B C-D E Fを作り直しました。

(3) 点Pが「9」の目盛りの上に、点Qが「15」の目盛りにあるとき、3点A、C、Pを通る平面と、3点A、C、Qを通る平面で三角柱

ABCDEFを切断しました。頂点Bをふくむ方の立体(立体I)と、頂点Dをふくむ方の立体(立体II)と、残りの立体(立体III)の体積比を求めなさい。

(4) (3)のとき、立体IIIの中に、切断されなかった立体Zは何個ありますか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q23 樹形図

問題

0, 1, 2だけを並べて整数を作っていきます。

ただし、左端には0はこないようにして、右端は必ず0にします。

また、となりあつた数は異なるようにします。

このとき次の問に答えなさい。

(1) 5けたの整数は何通り作れますか。

(2) 8けたの整数は何通り作れますか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

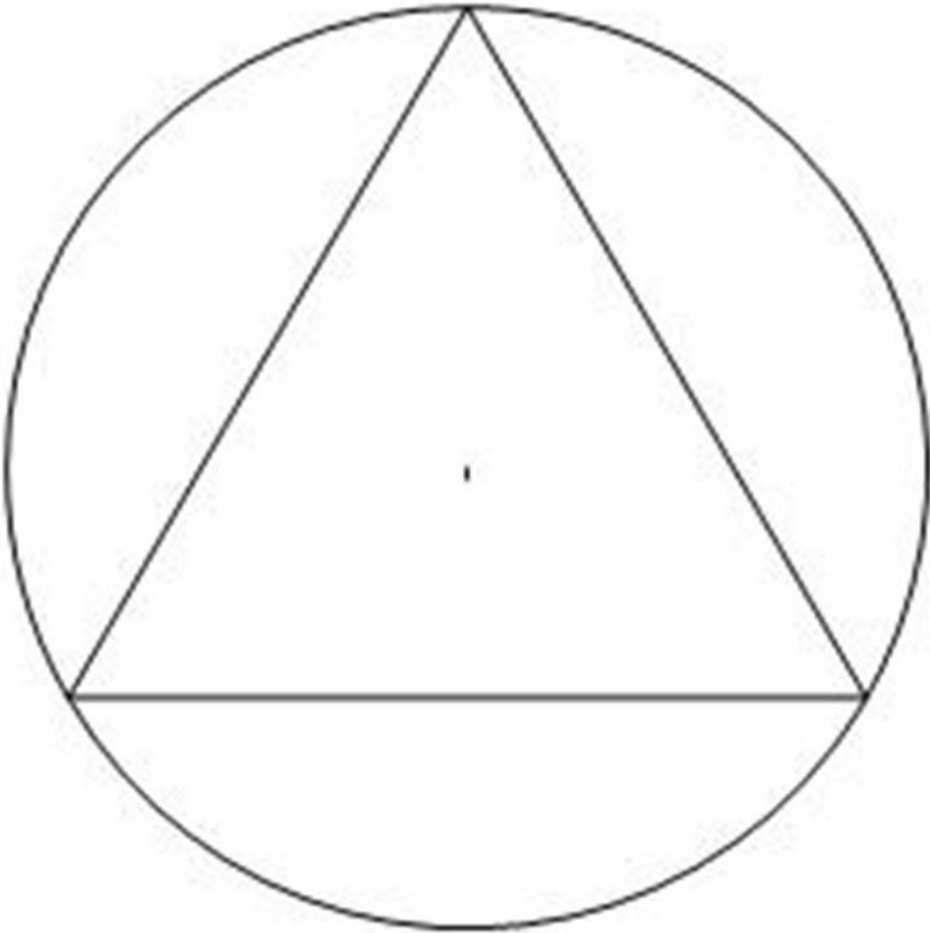
Q24 円の中を回転する正三角形

問題

図1は円周上に3頂点がある正三角形の図です。この正三角形と同じ大きさの2枚の正三角形A・Bを用意し、図の正三角形の上に

ぴったりと重ね、円の中心を中心として次のように回転させます。

図1



正三角形Aは、時計の針と同じ向きに1秒間に 7° の速さで回転し、正三角形Bは、時計の針と反対の向きに1秒間に 4° の速さで回転します。

最初は3つの正三角形はぴったりと重なっていて、正三角形A・Bが同時に回転を始めます。このとき次の問に答えなさい。

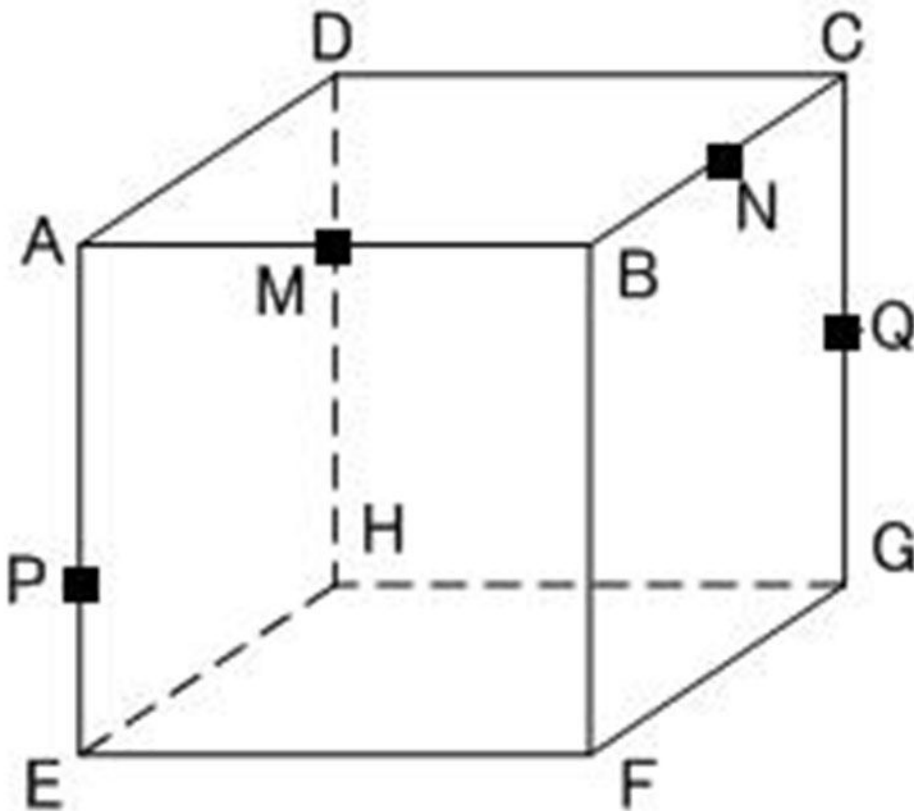
- (1) 正三角形 A , B が重なる部分が初めて正六角形になるのは回転を始めてから何秒後ですか。
- (2) 回転を始めてから、3 つの正三角形が初めてぴったり重なるのは、回転を始めてから何秒後ですか。
- (3) 3 つの正三角形が 3 枚とも重なる部分が、3 回目に正九角形になるのは、回転を始めてから何秒後ですか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q25 立方体の切断

問題

1 辺 12 c m の立方体 $ABCD-EFGH$ があります。



(1) AB 、 BC のまん中に点 M 、 N をとり、3点 F 、 M 、 N を通る平面で立方体を切断するとき、頂点 H をふくむ方の立体の表面積を求めなさい。

(2) AE を2：1に分ける点を P 、 CG のまん中の点を Q として、3点 D 、 P 、 Q を通る平面で立方体を切断するとき、頂点 H をふくむ方の立体の体積を求めなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q26 ビーズの輪

問題

青と白のビーズがたくさんあります。ここから6個のビーズを選び輪を作ります。

次の問のとき、何種類の輪を作ることができるか答えなさい。

ただし、回転させたり裏返して同じになるものは区別しないものとします。

(1) 青いビーズ2個と白いビーズ4個を使う場合

(2) 青と白の両方を使い輪を作る場合

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q27 部屋の行き方

問題

ある家には下図のように1番から16番までの正方形の部屋があり、となり合う部屋同士は行き来できるようになっています。

たとえば、6番の部屋からは2，5，7，10番の部屋へ行けます。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1番の部屋が入り口になっていて、ここから一番奥の16番の部屋まで行く行き方について、次の間に答えなさい。
ただし、同じ部屋を2回通るときは2回と数え、部屋はどのような順番で通ってもよいものとします。

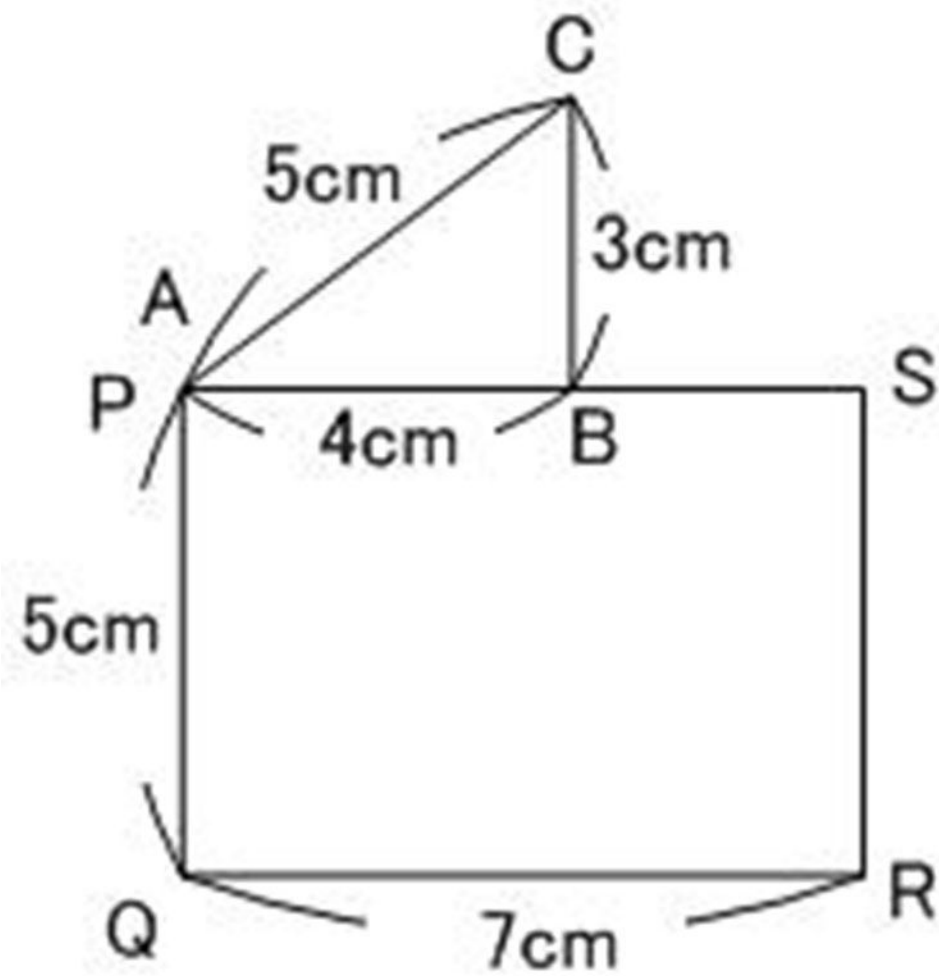
- (1) 7番の部屋を必ず通るとき、最短の行き方は何通りありますか。
- (2) 7番と13番の部屋を必ず通るとき、最短の行き方は何通りありますか。
- (3) 7番、10番、13番の部屋を必ず通るとき、最短の行き方は何通りありますか。

Q28 図形の移動

問題

下の図のような長方形PQRSと角Bが直角である直角三角形ABCがあります。長方形PQRSのまわりを三角形ABCを次のように回転させます。

ただし、はじめ点Aは点Pに、点Bは辺PS上にあるものとします。



- ① 三角形ABCを点Bを中心に、点Cと点Sに重なるまで時計回りに回転させます。
 - ② 次に三角形ABCを点Cを中心に、点Aと点Rが重なるまで時計回りに回転させます。
 - ③ 次に三角形ABCを点Aを中心に、点Bが辺QR上にくるまで時計回りに回転させます。
- (1) この回転を通して、三角形ABCが動いた部分を太線で囲み 図示しなさい。
- (2) (1) で図示した太線の長さを答えなさい。

ただし、答えは 小数第2位を四捨五入して小数第1位まで求めなさい。

Q29 数のパズル

問題

- (1) 3けたの整数があります。このうち、どの2つの位の数を足しても9にならない整数は何個ありますか。
- (2) 4けたの整数があります。このうち、どの2つの位の数を足しても9にならない整数は何個ありますか。
- (3) 4けたの整数があります。このうち、どの位の数も異なり、どの2つの位の数を足しても9にならない整数は何個ありますか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q30 四角形の性質

問題

次の①から④について、ひし形、平行四辺形、正方形、長方形の性質として、正しい場合は○を、そうでない場合は×を下の表に書きなさい。

	ひし形	平行四辺形	正方形	長方形
①				
②				
③				
④				

- ① 2本の対角線によってできる4つの三角形は全部二等辺三角形である。
- ② 2本の対角線によってできる4つの三角形は全部直角三角形である。
- ③ 2本の対角線によってできる4つの三角形は全部面積が等しい。
- ④ 2本の対角線によってできる4つの三角形は全部同じ形で
同じ大きさで、ぴったり重ね合わせることができる。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q31 魔方陣

問題

空らんに数を入れて、たて、横、ななめに並んだ3つの数の和がどれも等しくなるようにします。

A、Bにあてはまる数を答えなさい。

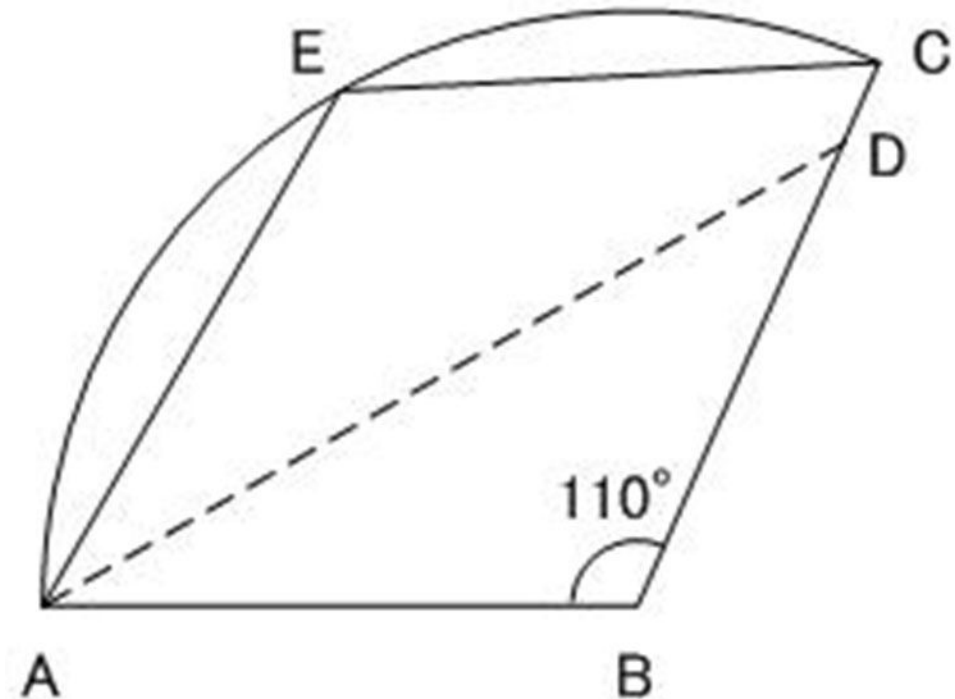
A		$\frac{3}{4}$
		B
$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{4}$

Q32 平面図形の角度

問題

下の図は、点Bを中心とする円の一部分です。いまADを折り目として折ったとき、点Bが円周上の点Eに重なりました。

このとき角 BCE の大きさを求めなさい。



[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q33 図形パズル

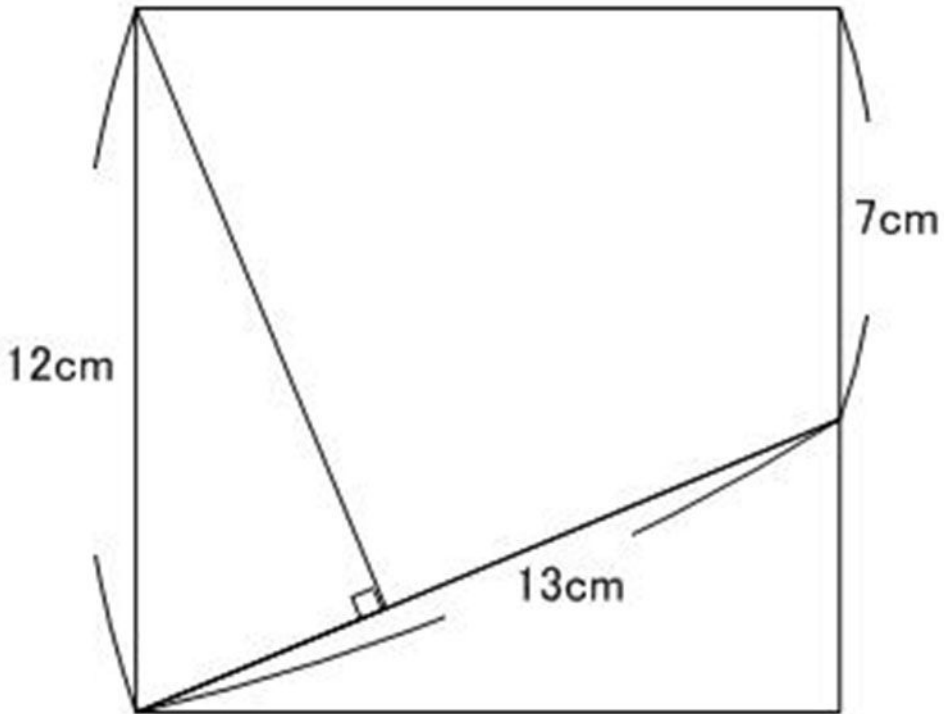
問題

下図のような1辺12cmの正方形の紙があります。

この紙に図のように2本の線を引き、この線にそって紙を切ると、3つの部分に分かれます。

3つの紙は置き方を変えて長方形を作ることができます。

そのときの長方形の短い方の辺の長さを求めなさい。



[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q34 約分できない数

問題

次のような分数があります。このうち、約分できないものをすべて足すといくらか答えなさい。

$$\frac{1}{18} + \frac{2}{18} + \frac{3}{18} + \frac{4}{18} + \cdots + \frac{179}{18} + \frac{180}{18}$$

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q35 数の組み合わせ

問題

A, B, C の 3 つの数は、1 から 9 のいずれかの整数です。

いま、百の位の数が A、十の位の数が B、一の位の数が C である 3 けたの整数を「ABC」のように表すとき、

$$\text{「ABC」} + \text{「BCA」} + \text{「CAB」} = 1776$$

となるような、A, B, C の数字の組み合わせは何通りありますか。

ただし、 $A > B > C$ とします。

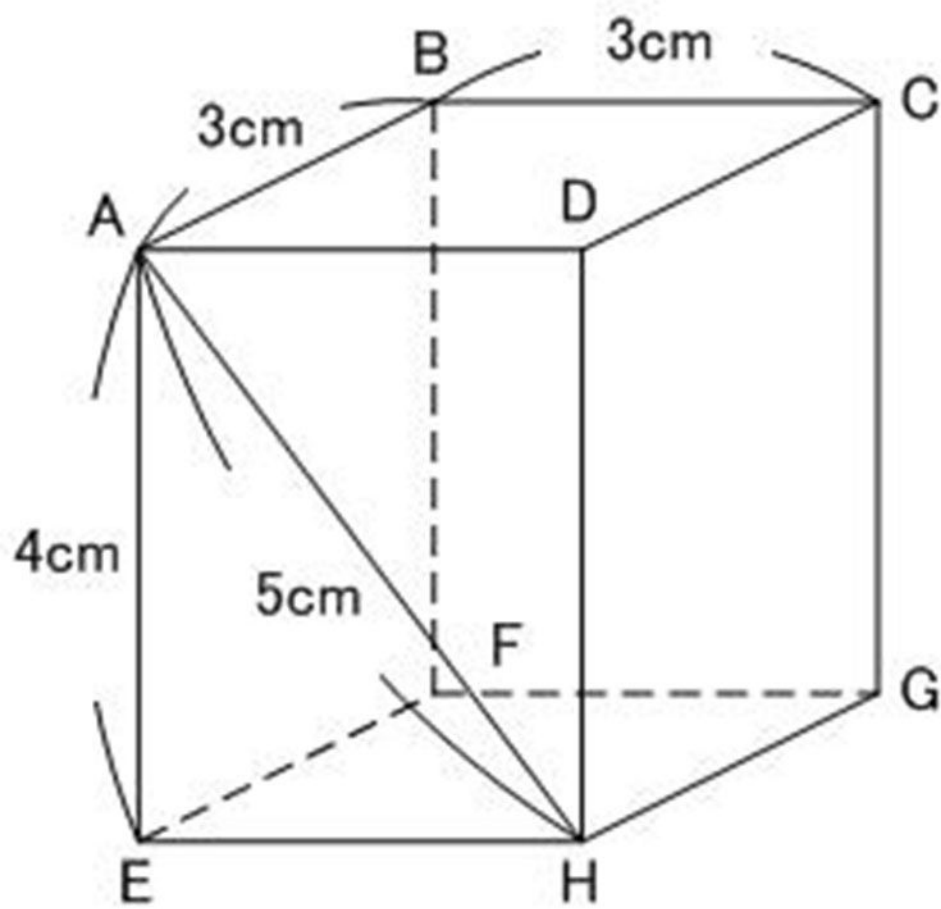
[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q36 回転体の体積

問題

下図のような直方体 $ABCD-EFGH$ があり、面 $EFGH$ が床と接しています。

この直方体を、辺 GH を動かすことなく面 $CDHG$ が床につくまで 90° 度回転させます。このとき、次の問に答えなさい。



- (1) 辺 AB が通った部分の面積を求めなさい。
- (2) 直方体 $ABCD-EFGH$ が通った部分の体積を求めなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q37 棒の可動範囲

問題

図1のように棒（ア）、（イ）、（ウ）をつないだものを机の上に置きます。

この棒は、つなぎ目の部分で図2のように動かすことができますが、棒と棒の角度は90度より小さくはできません。

図1

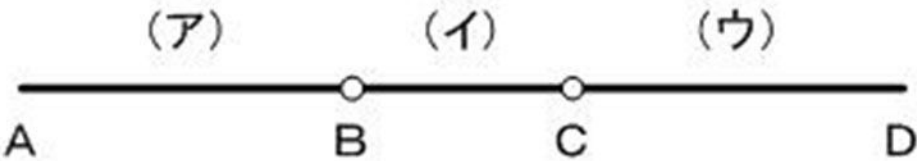
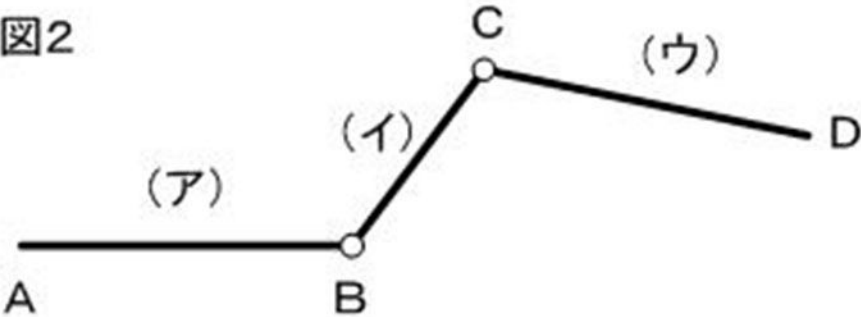


図2



棒（ア）の長さ＝6 cm、（イ）の長さ＝4 cm、（ウ）の長さ＝6 cm で、棒（ア）を机に図1のように固定したとき、次の問に答えなさい。

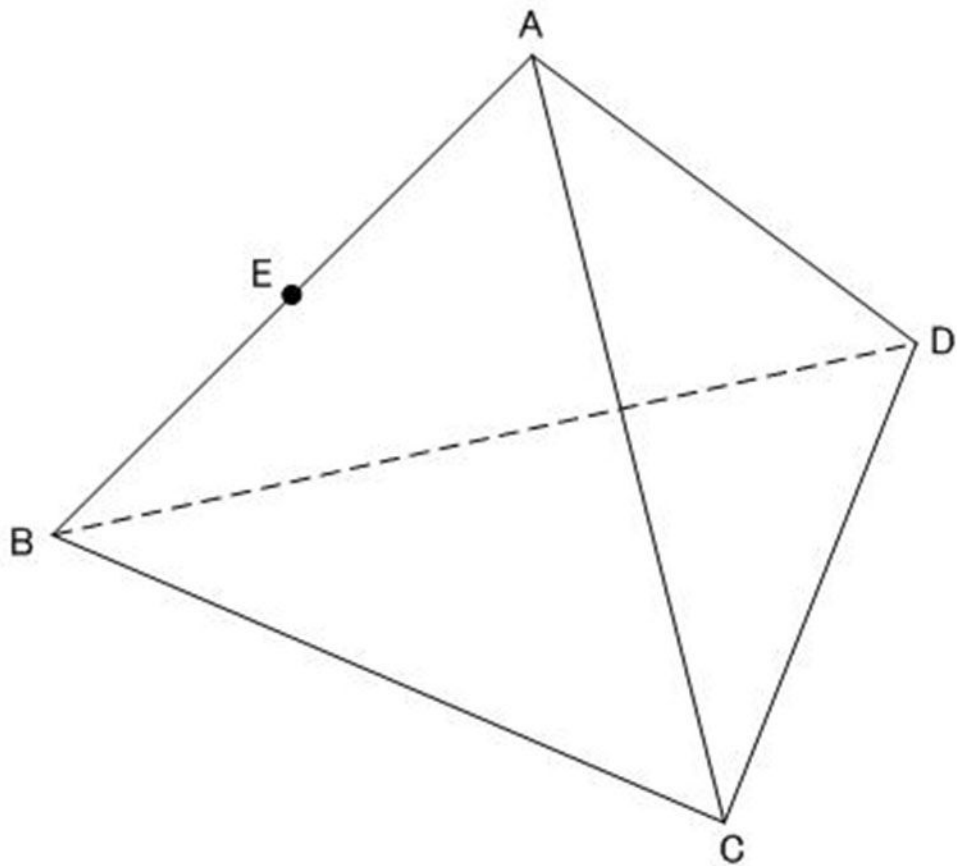
- （1）棒（ウ）を動かすことができる部分を図に示しなさい。
- （2）（1）の部分の周囲の長さを求めなさい。
- （3）（1）の部分の面積を求めなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q38 ひもで巻いたときの最短

問題

下図の三角すいA－BCDは、すべての面が1辺の長さが3 cmの正三角形です。



辺ABのまん中に点E をとり、点E にひもをつけ、三角すいのすべての面を通るように、ひもを1周巻きつけます。
このとき

次の問に答えなさい。

- (1) ひもの長さが最も短いとき、その長さを答えなさい。
- (2) ひもの長さが最も短いとき、そのひもにそって三角すいを切断しました。

このとき切り口の形と、その面積を答えなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q39 平面図形の面積

問題

1つの面積が 60 cm^2 の正六角形を3つ合わせた下のような図形があります。

图 1

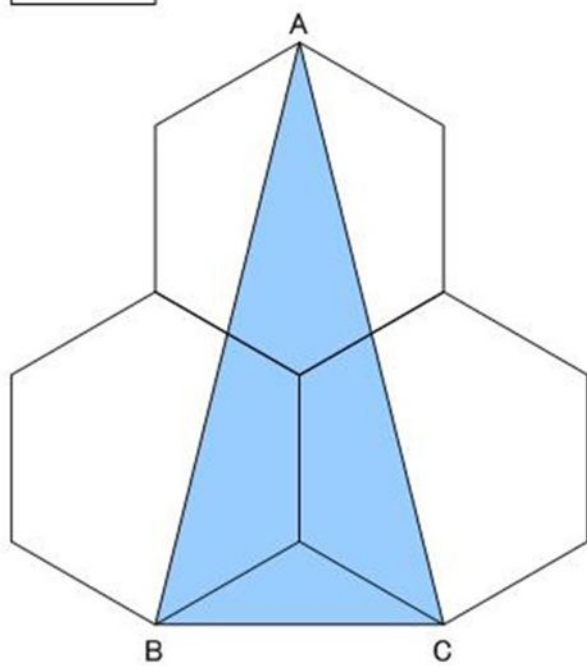
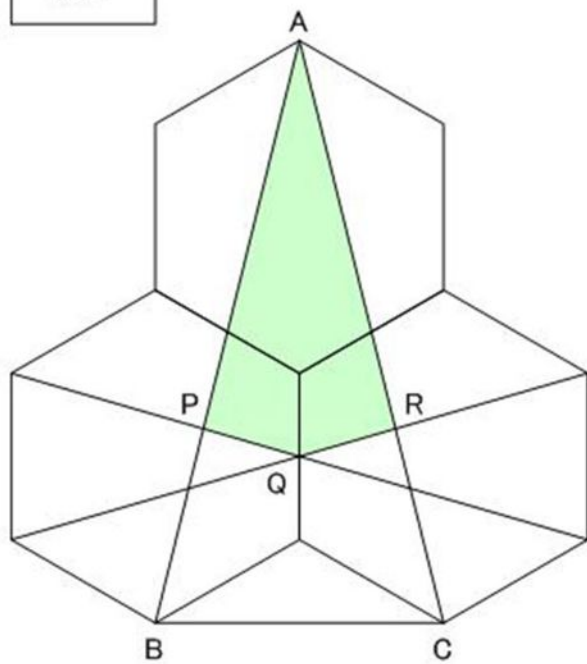


图 2



(1) 図 1 の色のついた部分 (三角形 A B C) の面積を答えなさい。

(2) 図 2 の色のついた部分 (四角形 A P Q R) の面積を答えなさい。

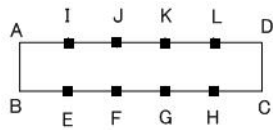
[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q40 長方形の中に三角形を作る場合の数

問題

たて1 cm、よこ5 cmの長方形A B C Dがあります。

A D，B Cを5等分する点を、下図のようにE，F，G，H，I，J，K，Lとすると、次の間に答えなさい。



- (1) B，E，F，G，H，C の6個の点から、2つを選ぶ組み合わせは何通りあるか答えなさい。
- (2) A～Lの12個の点から、3つの点を選んで三角形を作るとき、できる三角形は何通りありますか。
- (3) (2)の三角形のうち、直角三角形は何通りありますか。
- (4) (2)の三角形のうち、直角二等辺三角形は何通りありますか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q41 マス目に入る数

問題

マス目に1から順にマス目の個数までの整数を、右へいくほど、下へいくほど大きいものを入れていきます。
たとえば、図1のようなマス目には、図2のように2通りの数字の入れ方があります。
このとき、次の間に答えなさい。

図1

図2

1	2
3	4

1	3
2	4

(1)

(2)

(3)

(4)

(1)、(2)、(3)のマス目に入る数字の入れ方を 図2のように、すべて書きなさい。
(4)のマス目に入る数字の入れ方は何通りあるか説明しなさい。

Q42 クラスの人数（ベン図）

問題

43人のクラスで、スポーツ好きな生徒が28人、音楽好きな生徒が21人います。

両方とも好きな生徒は、もつとも多い場合で何人いますか。また、もつとも少ない場合で何人ですか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q43 計算問題

問題

(1) $123+234+345+456+567+678+789+891+912$

(2) $(135\ 351\ 513) \div 111 + (2468+4682+6824+8246) \div 1111$

(3) $1\ 3\ 5/1\ 1\ 1 + 3\ 5\ 7/1\ 1\ 1 + 5\ 7\ 9/1\ 1\ 1 + 7\ 9\ 1/1\ 1\ 1 + 9\ 1\ 3/1\ 1\ 1$

(4) $(6789+7896+8967+9678) \div (1234+2341+3412+4123)$

(5) $1\ 2\ 3 + 2\ 3\ 4 + 3\ 4\ 5 + 4\ 5\ 6 + 5\ 6\ 7 + 6\ 7\ 8 + 7\ 8\ 9$

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q44 計算問題

問題

次の計算をなさい。

$$2005 \times 2006 + 2007 \times 2008 - 2005 \times 2008 - 2006 \times 2007$$

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q45 計算問題

問題

次の計算式を解きなさい。

$$(1) \quad 1 \times 1/2 + 2 \times (1/2 + 1/3) + 3 \times (1/2 + 1/3 + 1/4) + 4 \times (1/3 + 1/4) + 5 \times 1/4$$

$$(2) \quad 1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + 3 \times (1/2 + 1/3 + 1/4) + 5 \times (1/3 + 1/4) + 7 \times 1/4$$

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q46 既約分数の和

問題

次のように、分母が2009の分数が2008個あります。

$$\frac{1}{2009} \quad \frac{2}{2009} \quad \frac{3}{2009} \quad \frac{4}{2009} \quad \cdots \quad \frac{2007}{2009} \quad \frac{2008}{2009}$$

(1) このうち、既約分数(約分できない分数)は何個ありますか。

(2) (1)の分数をすべて足すといくらになりますか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q47 数の性質 & 規則性

問題

次のように、ある規則に従って分数が並んでいます。

このとき次の問に答えなさい。

$$\frac{1}{1} \frac{2}{3} \frac{3}{5} \frac{1}{7} \frac{2}{9} \frac{3}{11} \frac{1}{13} \frac{2}{15} \frac{3}{17} \dots$$

- (1) この中に、1/50より大きい分数は何個あるか求めなさい。
- (2) (1)の中で最も1/50に近い分数を答えなさい。

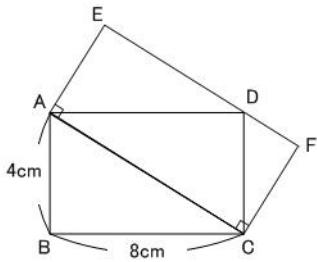
[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q48 長方形の面積

問題

下の図で、長方形 $ABCD$ の辺 AB の長さは 4 cm 、辺 BC の長さは 8 cm です。

このとき、対角線 AC を 1 辺とし、点 D を通る長方形 $ACEF$ の面積を求めなさい。



[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q49 虫食い算

問題

Aは4けたの整数で、それぞれの位は同じ数字からなり、Bは4けたの整数で、それぞれの位は2種類の数字からなっています。

AとBの積を計算したら「44448888」になりました。

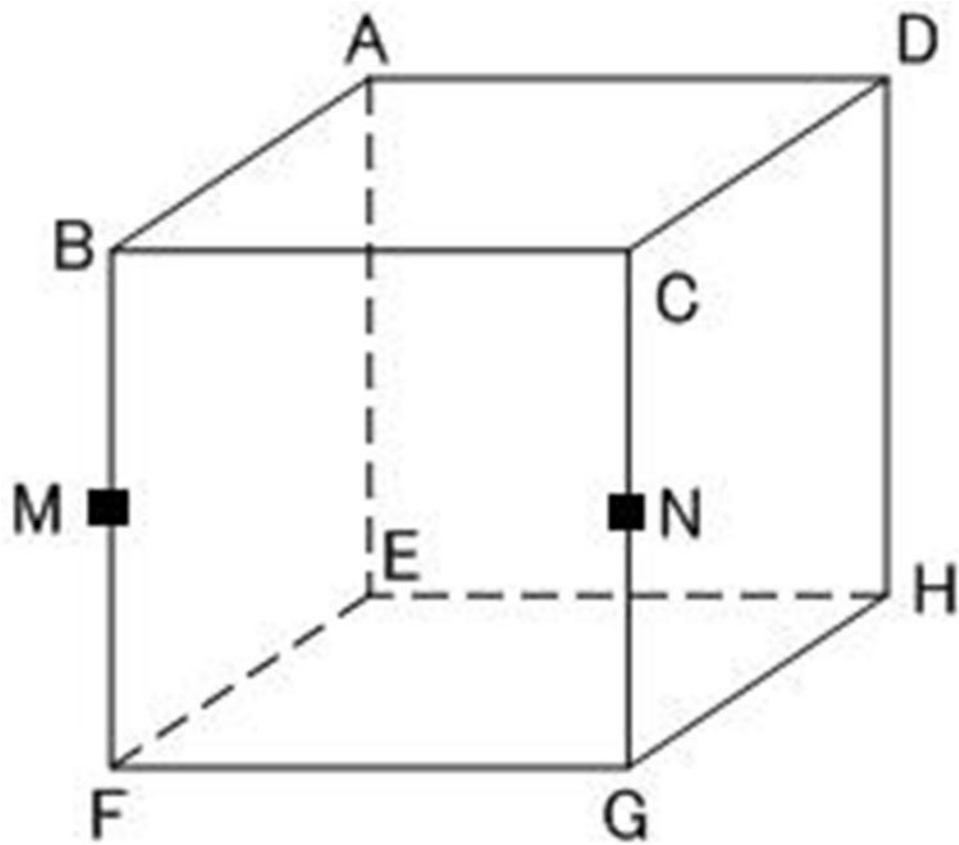
AとBを求めなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q50 立方体の切断

問題

体積が 72 m^3 の立方体 $ABCD-EFGH$ について、辺 BF と辺 CG のまん中の点をそれぞれ点 M 、 N とします。



(1) この立方体を3点 A 、 B 、 G を通る平面で切った切り口の図と、3点 A 、 M 、 N を通る平面で切った切り口の図を書き込みなさい。

いま、この立方体を3点 A 、 B 、 G を通る平面と、3点 A 、 M 、 N を通る

平面で切ると、4つの立体に分けることができます。その中で、 BM 、 MF 、 CN 、 NG を含む立体をそれぞれ P 、 Q 、 R 、 S とします。

このとき、次の間に答えなさい。

ただし、角すいの体積は底面積 \times 高さ $\div 3$ です。

- (2) 立体 P と立体 R の体積の和は何 cm^3 ですか。
- (3) 立体 P は三角すいとなります。この三角すいの体積は何 cm^3 ですか。
- (4) 立体 S の体積は何 cm^3 ですか。

解答

[目次へ](#)

A1 切断三角柱展開図と体積比

解答

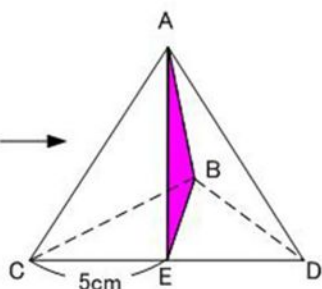
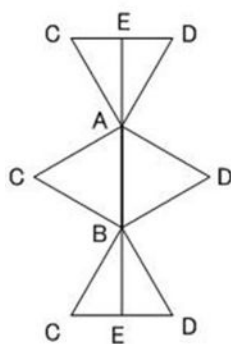
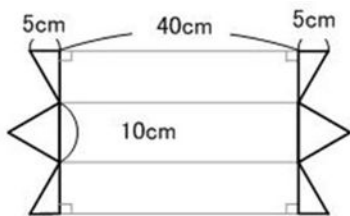


图2

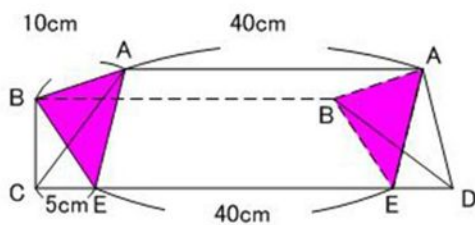
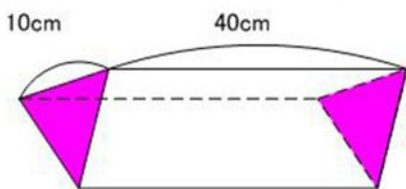


図2の展開図を組み立てると、三角すいになります。

図1の展開図を組み立てると、高さ40cmの三角柱の底面と半対面に、図2を組み立てたのと同じ、三角すいA-BCDの半分がついたものになります。

図1、図2のものを組み立てたものは、ともに三角形ABEを底面とした三角柱とみなすことができます。

切断された三角柱の体積は 底面積×高さの平均 で求められるので、

図1の三角柱の体積は、

三角形ABEの面積×(40+40+50)÷3

図2の三角すいの体積は、

三角形ABEの面積×(0+0+10)÷3

よって、図1の三角柱の体積が図2の三角すいの体積の130÷10=13倍 となります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A2 立方体のくり抜き

解答

図3

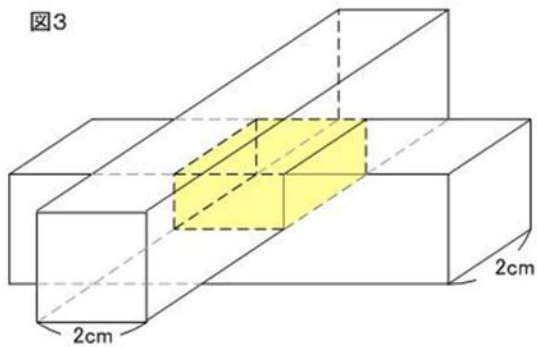


図4 正面から

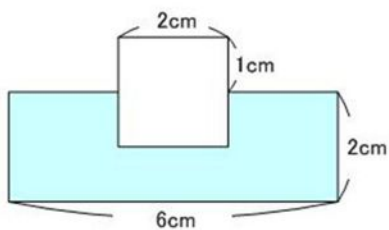


図5 ま横から

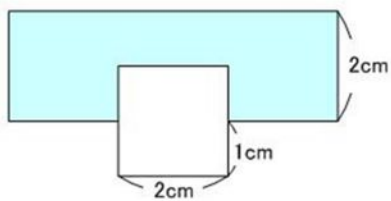
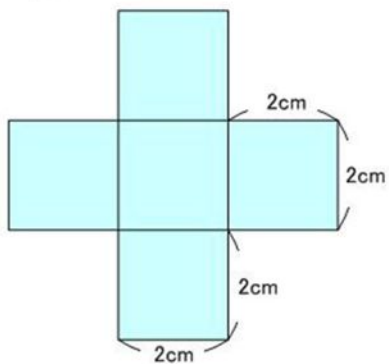


図6 ま上から



(1) 正面からの穴と、ま横からの穴は、図3のように重なります。

重なった黄色い部分の体積は、 $2\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 1\text{ cm} = 4\text{ cm}^3$ なので、立方体からくり抜かれた体積は、

$2 \times 2 \times 6 \times 2 - 4 = 44\text{ cm}^3$ なので、できた立体の体積は、元の立方体の体積より 44 cm^3 小さいことになります。

(2) 立方体の内部の面積は、図3のくり抜かれた部分を前後、左右、上下から見て求めます。すると図4、5、6のようになります。

青い部分が表面積となりますので、その面積を求めると、図4： $(2 \times 6 - 2 \times 1) \times 2 = 20\text{ cm}^2$

図5： $(2 \times 6 - 2 \times 1) \times 2 = 20\text{ cm}^2$

図6： $2 \times 2 \times 5 \times 2 = 40\text{ cm}^2$

それぞれ2面ずつあることに注意して、合計で 80 cm^2 です。

立方体の表面は、くり抜かれた面が4面、そのままの面が2面で、

$$(6 \times 6 - 2 \times 2) \times 4 + 6 \times 6 \times 2 = 128 + 72 = 200\text{ cm}^2$$

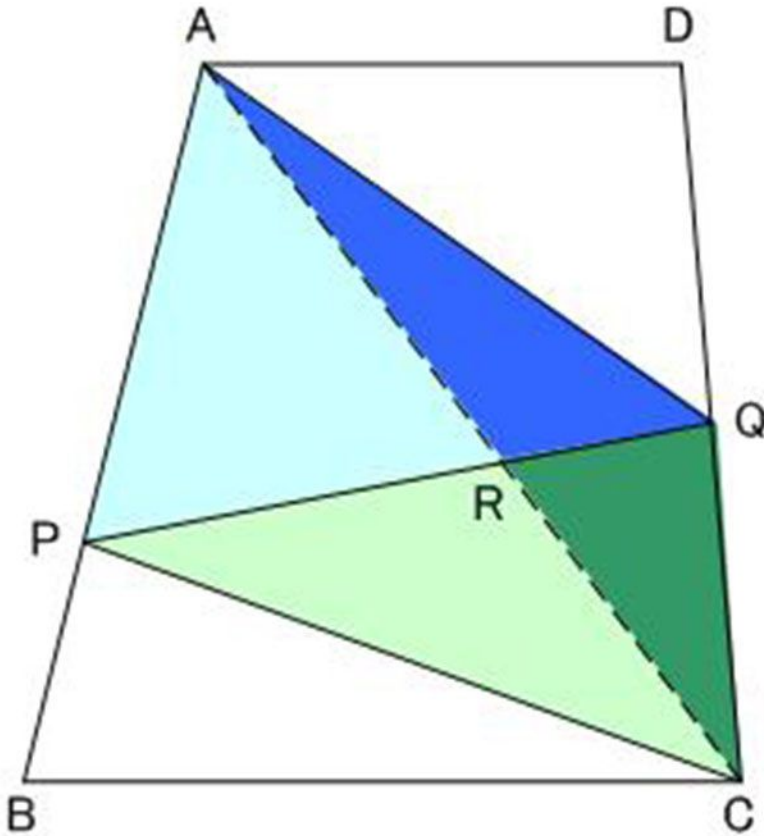
よって、できた立体の表面積 $= 80 + 200 = 280\text{ cm}^2$ となります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A3 面積比

解答



(1) 台形 $ABCD$ の面積は、 $3 + 5 + 4 + 3 = 15 \text{ cm}^2$ で、

$AD : BC = 2 : 3$ なので、

三角形 ACD の面積 : 三角形 ABC の面積 $= 2 : 3$

となり、三角形 ABC の面積 $= 15 \div 5 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$ となります。

三角形 PBC の面積が 3 cm^2 なので、三角形 APC の面積 $= 9 - 3 = 6 \text{ cm}^2$ です。

(2) PR の長さ : RQ の長さの比を考えると、

$PR : RQ = \text{三角形 } APR \text{ の面積} : \text{三角形 } AQR \text{ の面積} = \text{三角形 } PRC \text{ の面積} : \text{三角形 } QRC \text{ の面積}$ となります。

よって、 $(\text{三角形 } APR \text{ の面積} + \text{三角形 } PRC \text{ の面積}) : (\text{三角形 } AQR \text{ の面積} + \text{三角形 } QRC \text{ の面積}) = PR : RQ$

すなわち、三角形 APC の面積 : 三角形 AQC の面積 $= PR : RQ$ となります。

三角形 APC の面積は、(1) より 6 cm^2 、三角形 AQC の面積は、

三角形 APQ の面積 + 三角形 PQC の面積 - 三角形 APC の面積 $= 5 + 4 - 6 = 3 \text{ cm}^2$ なので、

$PR : RQ = 6 : 3 = 2 : 1$ となります。

よって、三角形A P Rの面積：三角形A Q Rの面積＝2：1より、

三角形A P Rの面積＝ $5+3\times 2=3\text{と}1/3\text{ c m}^2$ となります。

★P Qを基準に考えましたが、A Cを基準にしても同様に求められます。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A4 立方体上の点の移動

解答

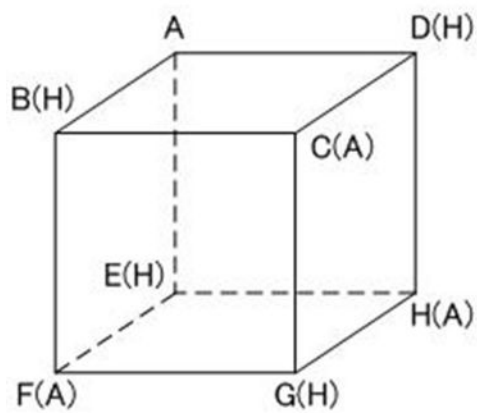


图2

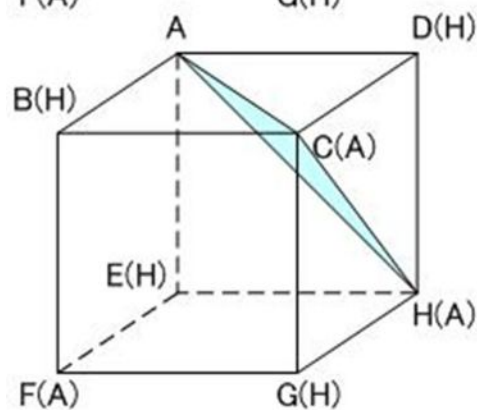
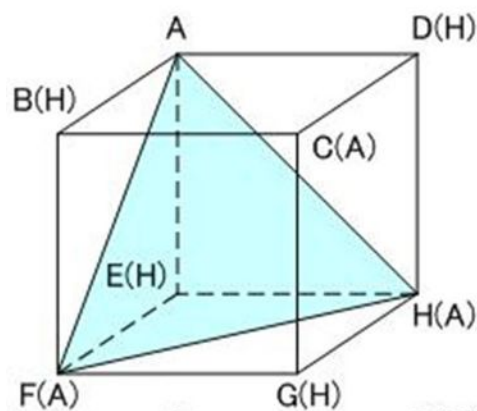


图3

(1) 点 P は 4 秒間で、ひとつの頂点から次の頂点まで移動します。

点 Q は 2 秒間で、ひとつの頂点から次の頂点まで移動します。

すなわち、点 P がひとつの頂点から次の頂点まで移動するとき、点 Q は 2 つ先の頂点まで移動します。

点 P が頂点 G に着くまでに、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow H \rightarrow G$ と、5 個の頂点を移動するので、点 Q は 10 個移動することになります。

点 Q は 4 個の頂点を移動すると頂点 A に戻るので、 $10 \div 4 = 2 \cdots 2$ より、

点 P が頂点 G にいるとき、点 Q は頂点 H にいることがわかります。

(2) 立方体の対角線：AG, BH, CE, DF と PQ が重なるとき、PQ の長さをもっとも長くなります。

点 P がひとつの頂点を移動する間に点 Q は 2 個先の頂点へ移動するので、同時に頂点 A を出発すると、点 P がどこかの頂点にいるとき、点 Q は頂点 A または H にいることになりますので、

立方体の対角線：AG, BH と PQ が重なるかどうかを調べます。

(1) より、点 P が頂点 G にいるとき、点 Q は頂点 H にいるので、AG と PQ は重なりません。

点 P が頂点 B にいるときは、点 Q は頂点 H に移動しています。

これは $8 \text{ cm} + 2 \text{ cm/秒} = 4 \text{ 秒後}$ となります。

(3) 点 P と点 Q の動きが重なるのは、立方体の辺 DH と EA です。

点 P が立方体の各頂点上にいるとき、点 Q が頂点 A、H のどちらにいいのかを図 2 のかっこに示しました。

点 P が頂点 D にいるとき、点 Q は頂点 H にいて、 $H \rightarrow E \rightarrow A$ と、点 P (頂点 D) から離れてしまうので、同一辺上にいません。

点 P が頂点 E にいるとき、点 Q は頂点 H にいて、 $H \rightarrow E \rightarrow A$ と、点 P に近づいてきて、点 P が頂点 A に着くときに点 Q も頂点 A に着きます。

点 Q が頂点 E に着くのは、点 P が頂点 E を出発して 2 秒後で、頂点 A に着くまでの 2 秒間、点 P, Q は辺 EA 上にいます。

よって、点 P, Q がともに立方体の同じ辺上にいるのは、もっとも長くて 2 秒間です。

(4) 点 P が立方体の頂点にいるときについて調べると、三角形 PQH が正三角形になるときなので、点 Q が頂点 H にいるとき、

すなわち、点 P が頂点 B, D, G, E にいるときは除外され、また、点 P が頂点 A に戻るとき、点 Q も頂点 A に着くので、これも除外され、

点 P が C, F にいるときに三角形 PQH が正三角形になります (図 3) (3 辺の長さが等しい)

点 P が頂点 C に着くのは、 $16 \div 2 = 8 \text{ 秒後}$ 、頂点 F に着くのは $48 \div 2 = 24 \text{ 秒後}$ なので、

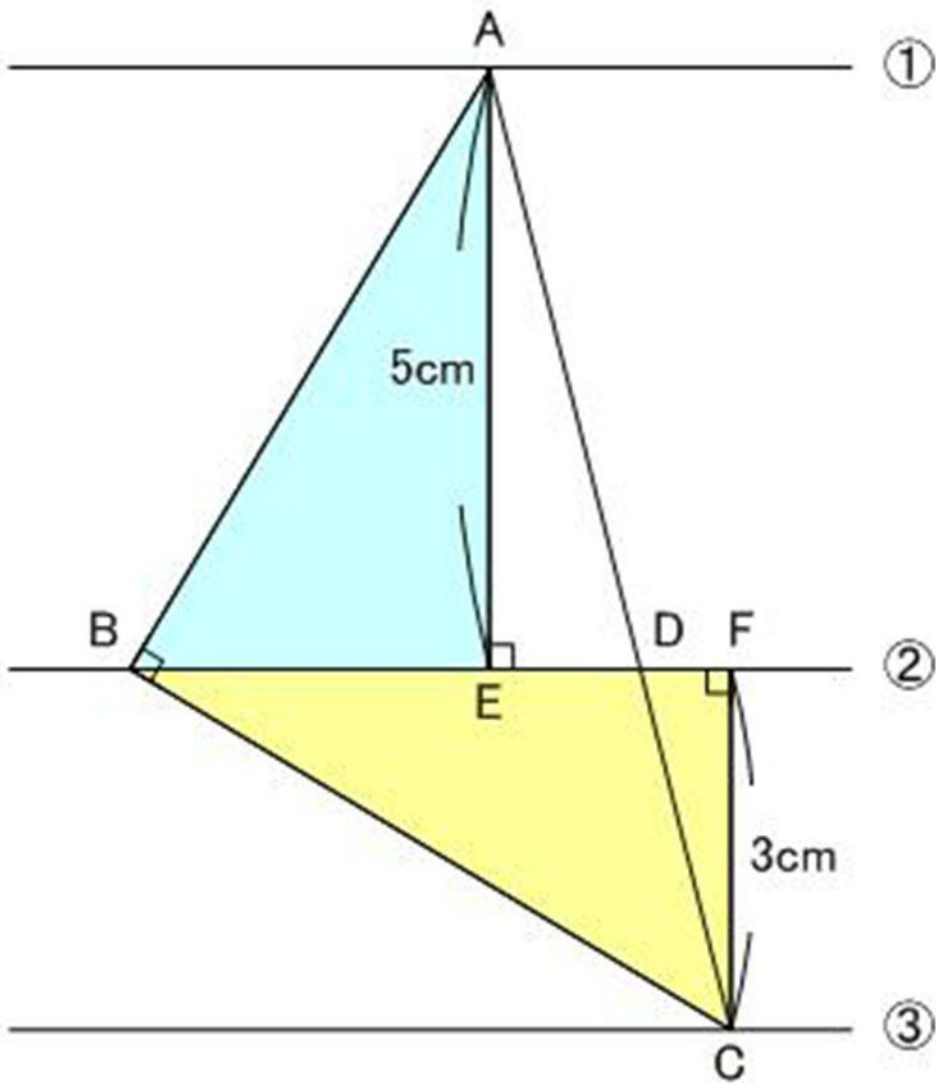
答えは 8 秒後と 24 秒後です。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A5 直角二等辺三角形の面積

解答

直角二等辺三角形の面積



頂点A，Cから線②へ垂線を下ろし、交点をそれぞれ点E，Fとすると、 $AE=5\text{ cm}$ 、 $CF=3\text{ cm}$ です。

次に三角形ABEと三角形BCFについて、 $\angle ABE + \angle BAE = 90^\circ$

$\angle ABE + \angle EBC = 90^\circ$ より、 $\angle BAE = \angle EBC$

$\angle BCF + \angle EBC = 90^\circ$ より、 $\angle ABE = \angle BCF$

また、三角形ABCは直角二等辺三角形なので、

$AB=BC$ より、

三角形A B Eと三角形B C Fは合同であることがわかります。

よって、 $BE = CF = 3 \text{ cm}$ 、 $AE = BF = 5 \text{ cm}$ より、 $EF = 5 - 3 = 2 \text{ cm}$

次に、三角形A E Dと三角形C F Dは3つの角が等しいので相似で、その相似比は5 : 3です。

よって、EDの長さ = EFの長さ $\times \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \text{ cm}$ です。

三角形A B Cの面積は、BDを底辺とする高さ $(5 + \frac{5}{3}) \text{ cm}$ の三角形と見れます。

$BD = BE + ED = 3 + \frac{5}{3} = \frac{14}{3} \text{ cm}$ ですから、三角形A B Cの面積 $= \frac{14}{3} \times (\frac{10}{3}) \div 2 = \frac{140}{9} \text{ cm}^2$ となります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A6 足し算のピラミッド

解答

(1) 最初が2, 3, 1のとき、1回目の操作で2, 5, 3, 4, 1となり、

2回目の操作で2, 7, 5, 8, 3, 7, 4, 5, 1となりますので、

3回目の操作で最も大きい数になるのは、 $5 + 8 = 13$ です。

(2) 最初が2, 7, 4のとき、右から2番目の位置の数は、1回目の操作で、

$7 + 4 = 11$ 、2回目の操作で、 $11 + 4 = 15$ 、3回目の操作で、 $15 + 4 = 19$ 、・・・のように、 $7 + 4 \times \text{操作回数}$

となるので、12回目の操作の後には、 $7 + 4 \times 12 = 55$ です。

(3) 最初が11、A、7のとき、右から2番目の位置の数は、 $A + 7 \times \text{操作回数}$

左から2番目の位置の数は、 $A + 11 \times \text{操作回数}$ となるので、

14回目の操作の後、右から2番目の数は、 $A + 7 \times 14 = A + 98$

左から2番目の数は、 $A + 11 \times 14 = A + 154$

この2つの和、すなわち、 $A \times 2 + 252 = 290$ なので、

$A = 19$ ということがわかります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A7 正八面体の切断

解答

図1

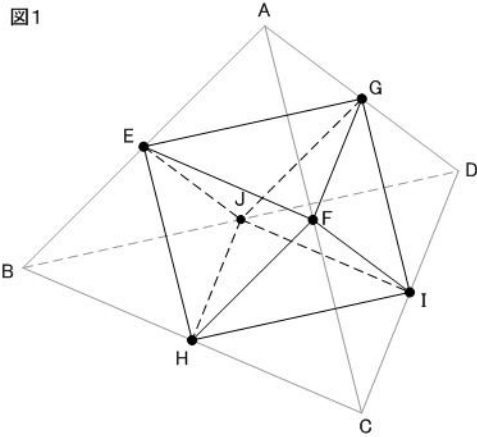


図3

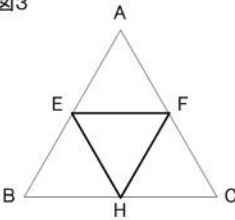


図4

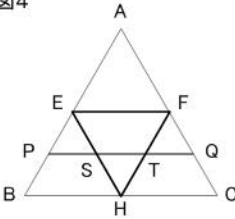
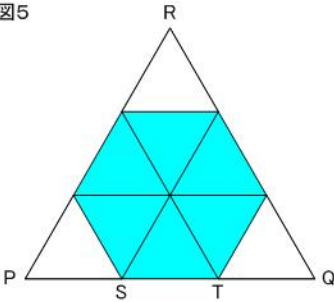


図5



(1) 三角形ABC, ACD, ABD, BCDは正三角形なので、立体Tは1辺の長さ10cmの、図1のような正八面体になります。

正八面体の辺の数は、12本です。

(2) 正八面体Tの各辺のまん中の点を結ぶと、図2のように正八面体の1つの面(正三角形)の内部に正三角形ができ、1つの面に3本の辺ができるので、立体Sの辺の本数は、

3本×8面=24本 となります。

(3) 三角形EFHの面積を①とすると、正八面体Tの表面積は8面あるので、①×8=⑧ です。

正方形ABCDの面積は、図3のように、三角形EFHの面積の4倍で、①×4=④で、4面あるので、④×4=⑩です。

よって、三角すいA-BCDの表面積は、立体Tの表面積の2倍です。

(4) BE, CF, DG のまん中の点を、それぞれ点 P, Q, R とすると、三角形 PQR は正三角形です。

また、図4のように、 PQ と EH, FH の交点を S, T とすると、三角形 EPS, SHT, FQT はすべて合同な正三角形なので、

$PS = ST = TQ$ となります。

三角形 ABC 以外の三角形 ACD, ABD についても同じ図になるので、三角形 PQR は図5のようになります。

すると、立体 T の切り口(色のついた部分)は正六角形になり、三角形 PQR の面積の $2/3$ であることがわかります。

図4より、 $BC : PQ = 4 : 3$ で、三角形 ABC の面積 : 三角形 PQR の面積 $= 4 \times 4 : 3 \times 3 = 16 : 9$

より、三角形 PQR の面積は三角形 ABC の面積の $9/16$ なので、立体 T の切り口の面積は、三角形 ABC の面積の

$9/16 \times 2/3 = 3/8$ (倍) ということになります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

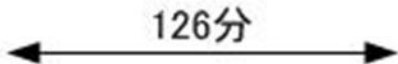
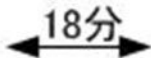
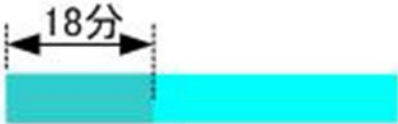
A8 水槽の水（ニュートン算）

解答

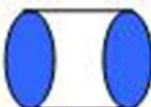
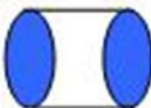
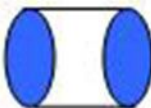
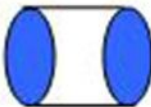
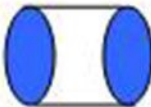
満水の
水そう水



注ぎこまれた
水の量



管から
排水された
水の量



（１）１つの管が１分間に排水する水の量をＡリットルとすると、２つの管で１２６分に排水された量は、

$$A \times 2 \times 126 = 252 \times A \text{ (L)} \dots \textcircled{1}$$

５つの管で１８分に排水された量は、

$$A \times 5 \times 18 = 90 \times A \text{ (L)} \dots \textcircled{2}$$

①と②の差： $162 \times A \text{ (L)}$ は、 $126 - 18 = 108$ 分間に注ぎこまれた水の量に等しいので、水そうに注ぎこ

まれる水は、1分間に

$$162 \times A + 108 = 1 \cdot 5 \times A \text{ (L)} \quad \text{となります。}$$

5つの管を開けると、18分で水そうの水はなくなるので、

$$378 + 1 \cdot 5 \times A \times 18 = 90 \times A \quad \text{で、} 378 = 63 \times A \text{ より、}$$

$A = 6 \text{ (L)}$ 、水そうに注ぎこまれる水は、1分間に $6 \times 1 \cdot 5 = 9 \text{ (L)}$ となります。

(2) 5つ、4つ、3つの管を開けていた時間を④、④、⑤分とすると

$$378 + 9 \times (\text{④} + \text{④} + \text{⑤}) = 5 \times 6 \times \text{④} + 4 \times 6 \times \text{④} + 3 \times 6 \times \text{⑤} \text{ という式が成り立ちます。}$$

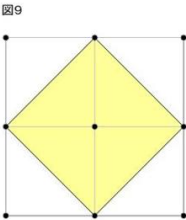
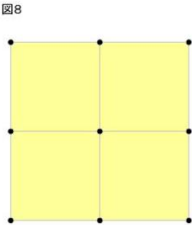
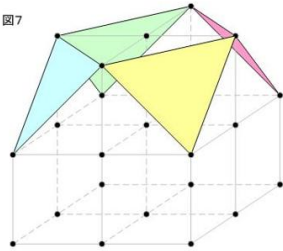
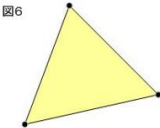
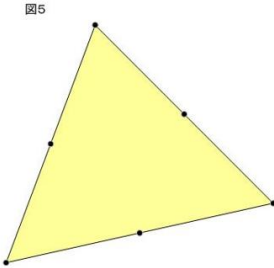
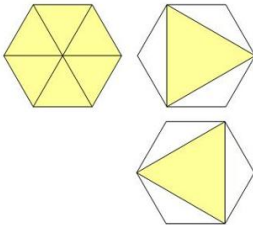
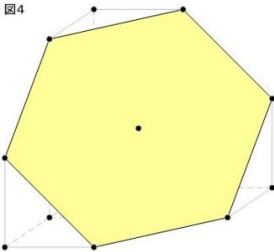
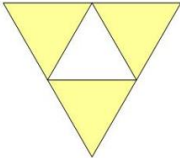
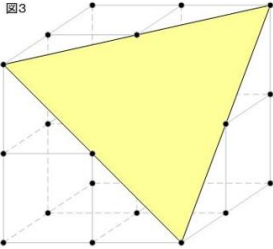
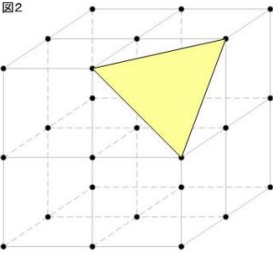
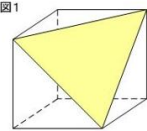
これを解くと、① = 2 (分) となるので、5つの管を開けていた時間は、 $2 \times 4 = 8 \text{ 分}$ になります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A9 点群から図形を作る

解答



(1) 立方体を図1のように3つの頂点を通る平面で切断すると、切り口は正三角形になるので、これと平行に、27個の点を通る面を考えると、まず図2のような切り口があります。

次に、図2から切り口を奥へ移動させると図3のような切り口が考えられます。

このとき、小さい正三角形4個、大きい正三角形1個の合計5通りの正三角形を作ることができます。

さらに切り口を奥へ移動させると、図4のような切り口になります。

この切り口は正六角形になり、7個の点を通りますので、小さい正三角形6個と、大きい正三角形2個の合計8通りの正三角形を作ることができます。

さらに切り口を奥へ移動させると、図5、6のようになります。

これはそれぞれ図3、2と同じ形の切り口で、作れる正三角形は、それぞれ5通り、1通りです。

よって、この方向からの切り口でできる正三角形は、 $1 + 5 + 8 + 5 + 1 = 20$ 通りとなります。

切り口を考える方向は、図7のように4方向あるので、 $20 \times 4 = 80$ 通りの正三角形ができます。

(2) 正方形は、立方体の面と平行に立方体を切断していくと現れます。

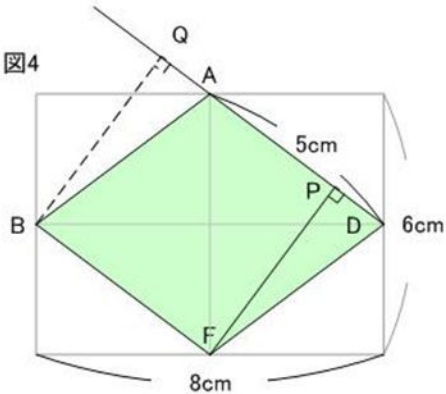
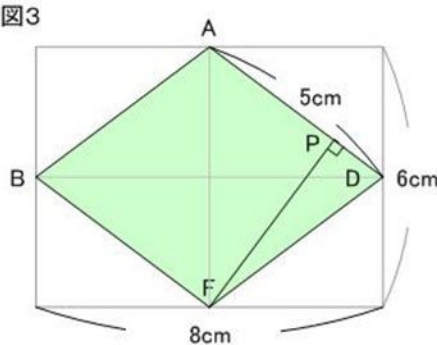
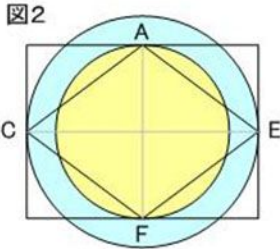
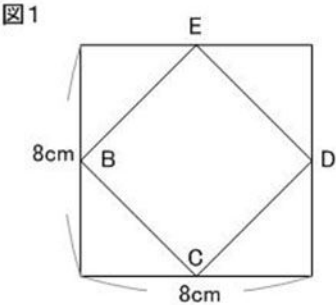
すると、ひとつの面に9個の点があるので、できる正方形は、図8、9のように1つの面につき、6通りの正方形ができます。

3つの面で27個の点すべてを通ることになるので、1方向につき $6 \times 3 = 18$ 通りの正方形ができ、

①前後 ②左右 ③上下 の3方向から立方体を見れることから、合計で $3 \times 18 = 54$ 通りの正方形ができます。

A10 回転図形

解答



(1) 八面体 $ABCDEF$ は、四角形 $BCDE$ を底面とする、高さ 3 cm の四角すい 2 つから成る立体です。四角形 $BCDE$ は、

図1のように 1 辺 8 cm の正方形の半分の面積なので、八面体 $ABCDEF$ の体積は、 $8 \times 8 \div 2 \times 6 \div 3 = 64\text{ cm}^3$ となります。

(2) BD を軸とすると、四角形 $ACFE$ が回転します。

図2のように、 $AF = 6\text{ cm}$ 、 $CE = 8\text{ cm}$ なので、 CE を直径とした円の方が大きくなり、 BD を軸として立体 $ABCDEF$ を回転させると、

この円を底面とする、高さ 4 cm の円すいが 2 つできます。

よって、この立体の体積は、

$(4 \times 4 \times 3 \div 3 + 4 \times 4 \times 3 \div 3) \times 2 = 133 \cdot 9 \dots \approx 134\text{ cm}^3$ となります。

(3) 四角形 $ABFD$ は、ひし形で、すなわち、 AD と BF は平行です。

よって、四角形 $ABFD$ を AD を軸として回転させると、軸： AD から BF までの長さを幅とした円柱のようなものができることになります。

図3のように、ひし形 $ABFD$ の面積は、たて 6 cm 、よこ 8 cm の長方形の面積の半分に等しく、 24 cm^2 です。

また、FからADに下ろした垂線の足をPとすると、 $AD \times FP = \text{ひし形}ABFD \text{の面積}$ なので、 $FP = 24/5$ (cm) とわかります。

ADを軸として、ひし形ABFDを回転させると、三角形FPDを回転させたものと、四角形ABFPと回転させたものに分けられます。

BからADへ下ろした垂線の足をQとすると、図4のように、三角形ABQと三角形DFPは合同なので、

三角形ABQをADを軸として回転させた立体(円すい)と、

三角形DFPをADを軸として回転させた立体(円すい)は、

まったく同じものとなります。

よって、ひし形ABFDをADを軸として回転させた立体の体積は、長方形PQBFをADを軸として回転させた立体(円柱)の体積と

等しくなり、 $PQ = PA + AQ = PA + DP = 5 \text{ cm}$ より、体積は

$$24/5 \times 24/5 \times 3 \cdot 14 \times 5 = 361 \cdot 7 \dots$$

≈ 362 (cm³) となります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A11 数字のピラミッド

解答



- (1) 偶数段目の一番左の数字は、それまでに並んだ数字の個数に等しく、20段目の一番左の数字は、 $1+2+3+\cdots+20=210$ です。
- よって、21段目の左から3番目の数字は、 $210+3=213$ です。
- (2) 奇数段目の一番右の数字は、それまでに並んだ数字の個数に等しく、21段目の一番右の数字は、 $1+2+3+\cdots+21=231$ です。
- よって、21段目の右から3番目の数字は、 $231-2=229$ です。
- (3) $70\times 71\div 2=2485$ (1~70段目までの個数)
- $65\times 66\div 2=2145$ (1~65段目までの個数)

$2145 - 65 = 2080$ (1～64段目までの個数)

$2080 - 64 = 2016$ (1～63段目までの個数)

以上の計算より、2009は63段目にあることがわかります。

1～62段目までの個数は $2016 - 63 = 1953$ なので、62段目の一番右が1953で、 $2009 - 1953 = 56$ より、

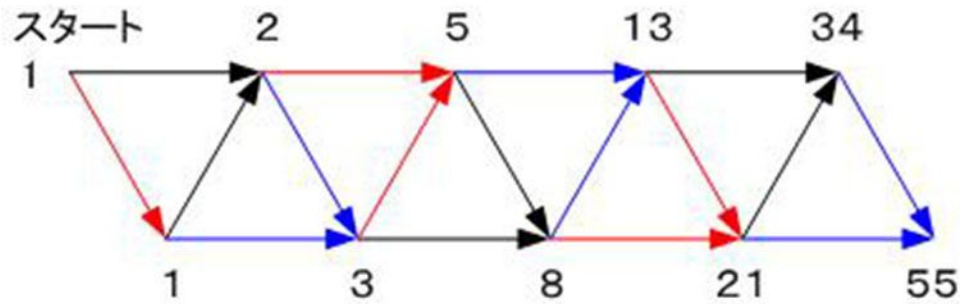
2009は63段目の左から56番目にあります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A12 道順

解答



道の通り方を図に書き込むと、上図のようになります。

- (1) ④の地点まで行く方法は3通り
- (2) ⑤の地点まで行く方法は5通り
- (3) ⑩の地点まで行く方法は5 5通り となります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A13 正三角形を描く

解答

图6



图5



图7

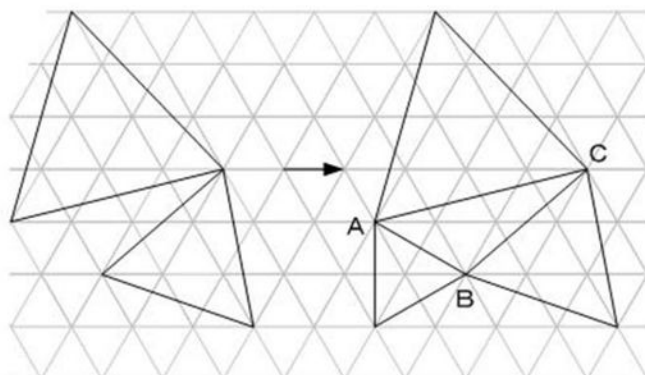
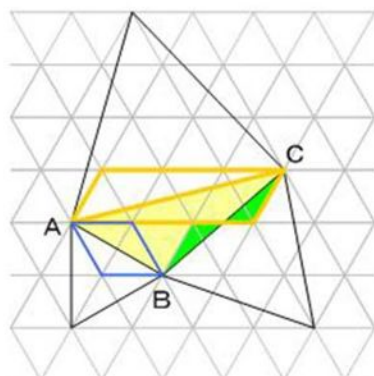


图8



(1) 図 2 の正三角形の 1 辺は、図 5 のように、4 つの 1 cm^2 の正三角形からなる平行四辺形の対角線になっています。

よって、この正三角形は、中央の 1 cm^2 の正三角形と、 $4 \div 2 = 2 \text{ cm}^2$ の三角形が 3 個集まったもので、

その面積は、 $1 + 2 \times 3 = 7 \text{ cm}^2$ となります。

(2) 図 6 のような正三角形は、面積が 13 cm^2 となります。

6 個の正三角形から成る平行四辺形の対角線を 1 辺とする

正三角形は、中央に 4 つの正三角形と、 $6 \div 2 = 3 \text{ cm}^2$ の三角形 3 個できているので、面積は $4 + 3 \times 3 = 13 \text{ cm}^2$ です。

(3) 13 cm^2 の正三角形は (2) で描いたので、そこに図を加えていきます。

まず、(1) で 7 cm^2 のものがわかっているので、それを描くと、図 7 のようになります。

さらに 3 cm^2 の正三角形を加えると描き上げることができます。

(4) 三角形 A B C は、図 8 のように分けて面積を求めることができ、緑の部分は同じ面積になるので、辺 A C は正三角形 6 個から成る

平行四辺形の対角線になり、辺 A B は正三角形 2 個から成る平行四辺形の対角線となり、中央に 1 つの正三角形が残ります。

よって、三角形 A B C の面積は、 $6 \div 2 + 2 \div 2 + 1 = 5 \text{ cm}^2$ となります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A14 数のパズル

解答

$$A + 4 + B + C = 17 \cdots \textcircled{1}$$

$$C + D + 6 + E = 17 \cdots \textcircled{2}$$

$$A + 5 + E + F = 17 \cdots \textcircled{3}$$

①+②+③を計算すると、

$$A + 4 + B + C + C + D + 6 + E + A + 5 + E + F = 51 \text{ で、整理すると}$$

$$(A + C + E) + (A + B + C + D + E + F + 4 + 5 + 6) = 51 \text{ となり、}$$

$$A + B + C + D + E + F + 4 + 5 + 6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45 \text{ なので、}$$

$$A + C + E = 51 - 45 = 6 \text{ で、} 1 + 2 + 3 = 6 \text{ より、}$$

A, C, E は、1, 2, 3のどれかであることがわかります。

すると、B, D, F は7, 8, 9のどれかということになります。

Aが1のとき、Cには3しか入りません。

$$(C = 2 \text{ のとき、} A(1) + 4 + B + C(2) = 17 \text{ で、} B = 10 \text{ となるので})$$

$$B = 9 \text{ となりますが、} A(1) + 5 + F + E(2) = 17 \text{ より、} F = 9 \text{ となり、}$$

9が2回登場するので、成り立ちません。

$$A = 2 \text{ のとき、} C = 3 \text{ です。}$$

$$(C = 1 \text{ のとき、} A(2) + 4 + B + C(1) = 17 \text{ より、} B = 10 \text{ となるので})$$

$$\text{すると、} B = 8, E = 1 \text{ となります。}$$

$$\text{すると、} F = 9, D = 7 \text{ となり、成り立ちます。}$$

なお、A=3のとき、C, Eには1, 2のどちらも可能です。

$$C = 1, E = 2 \text{ のとき、}$$

$$B = 9, D = 8, F = 7 \text{ となり、成り立ちます。}$$

$$C = 2, E = 1 \text{ のとき、}$$

$$B = 8, D = 8, F = 8 \text{ となり、成り立ちません。}$$

よって、当てはまる(A, B, C, D, E, F)の組み合わせは、

$$(2, 8, 3, 7, 1, 9) \text{ または } (3, 9, 1, 8, 2, 7) \text{ となります。}$$

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A15 場合の数

解答

(1) 百の位または一の位に「1」があると、掛け算をした結果はもう一方の位の数と等しくなるので、「1」は含まれません。

よって、考えるのは2～8の数字についてです。

小さい方の数字から考えると、 $2 \times 3 = 6$ 、 $2 \times 4 = 8$ 、 $2 \times 5 = 10$ ・・・

$3 \times 4 = 12$ ・・・ 以降は不適。

よって、百の位、一の位に入る数字の組は、(2, 3)、(3, 2)、(2, 4)、(4, 2)の4通りとなります。

(2) 百の位の数字と一の位の数字の差が十の位の数字と等しくなる組み合わせを調べていきます。

差が1の場合・・・(2, 1)、(3, 2)、(4, 3)、(5, 4)、(6, 5)、(7, 6)、(8, 7) 以上6×2通り

差が2の場合・・・(3, 1)、(4, 2)、(5, 3)、(6, 4)、(7, 5)、(8, 6) 以上5×2通り

差が3の場合・・・(4, 1)、(5, 2)、(6, 3)、(7, 4)、(8, 5)・・・以上4×2通り

差が4の場合・・・(5, 1)、(6, 2)、(7, 3)、(8, 4)・・・以上3×2通り

差が5の場合・・・(6, 1)、(7, 2)、(8, 3)・・・以上3×2通り

差が6の場合・・・(7, 1)、(8, 2)・・・以上2×2通り

差が7の場合・・・(8, 1)・・・以上1×2通り

合計すると、 $12 + 10 + 8 + 6 + 6 + 4 + 2 = 48$ 通り となります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A16 特殊な立体図形

解答

図3の赤線部分が、 68.8 cm になります。

図3

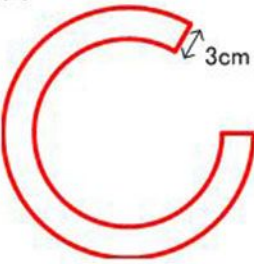
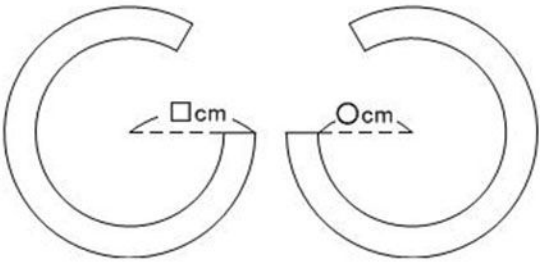


図4



外側の円の半径を□、内側の円の半径を○とすると、赤い部分の長さは、

$$(\square \times 2 \times 3.14 + \bigcirc \times 2 \times 3.14) \times 240/360 + 3 \times 2 = 68.8 \text{ なので、} \square + \bigcirc = 15 \text{ cm となります。}$$

図4のように、□と○の差は3 cm で、 $\square + \bigcirc = 15 \text{ cm}$ より、

$$\square = 9 \text{ cm、} \bigcirc = 6 \text{ cm} \text{ ということがわかります。}$$

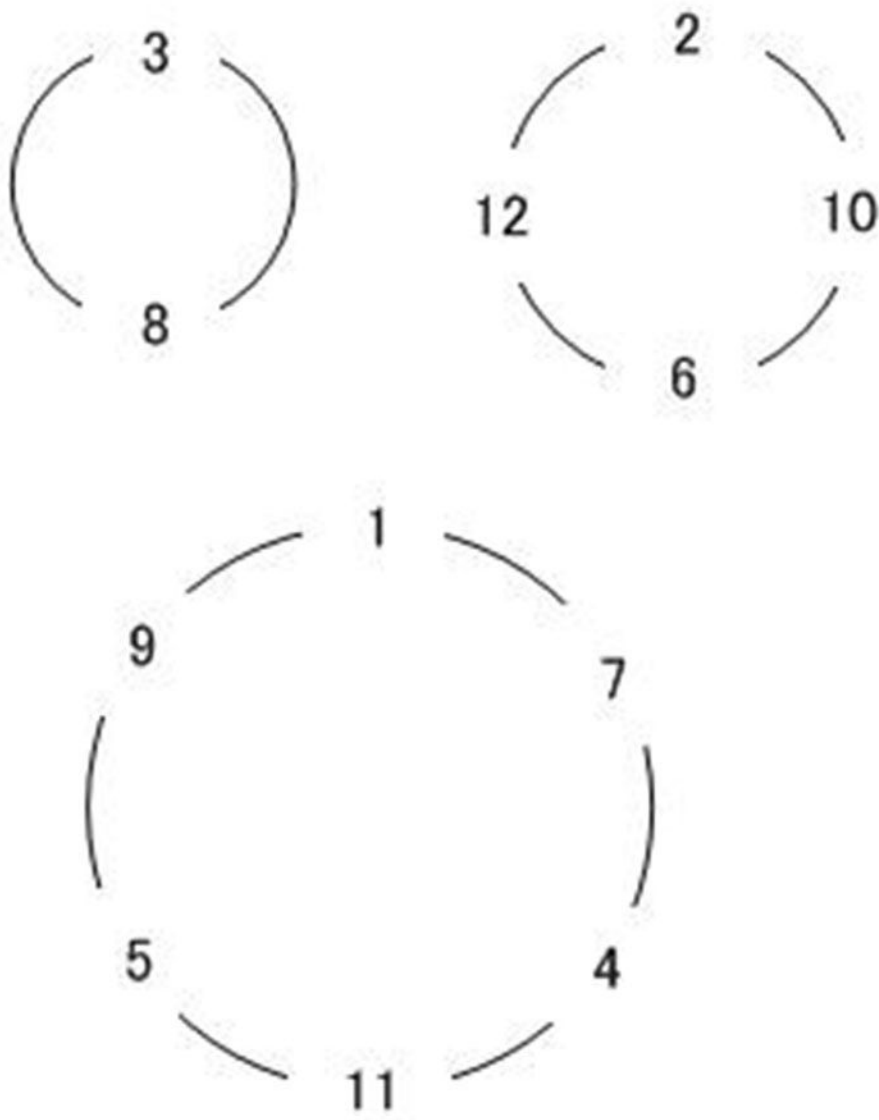
よって、図1の立体の体積は、

$$(9 \times 9 - 6 \times 6) \times 3.14 \times 240/360 \times 3 = 282.6 \text{ cm}^3 \text{ です。}$$

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A17 席替えの法則

解答



(1) 表1より、3番の席の人は8番の席へ、8番の席の人は3番の席へ移動するので、3番：C と 8番：H が入れかわります。

(2) 表1の席の移動を整理すると、添付図のようになります。

2，6，10，12の席の人は、4回席がえをすると元の席に戻ります。

また、3，8の席の人は2回席がえをすると元の席に戻りますので、4回席がえをすると、元の席に戻っています。

1, 4, 5, 7, 9, 11 の席の人は 6 回席がえをしないと元の席に戻らないので、4 回の席がえで最初の席に戻るの
のは、B, C, F, H, J, L の 6 人です。

(3) 最初の席に戻るまでに必要な席がえの回数は、2 回、4 回、6 回の 3 通りがあるので、全員が最初の席に戻る
には、

2, 4, 6 の最小公倍数である、12 回の席がえをした後ということになります。

[問題を見る](#)

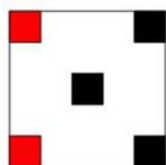
[目次へ](#)

A18 おはじきの置き方

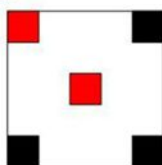
解答

図1

A



B



C

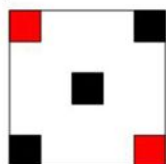
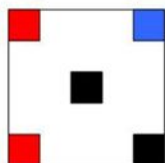
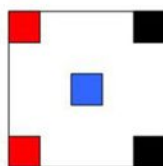
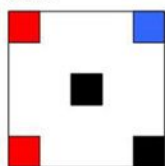
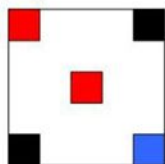
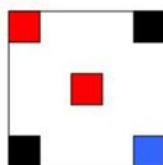
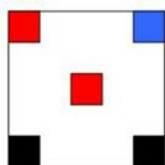


図2

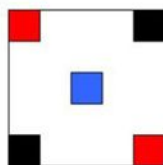
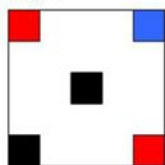
Aの場合



Bの場合



Cの場合



（１）２種類のおはじきしか使わないので一方の置き方が決まればもう片方の置き方も決まります。よって、片方だけ考えます。

回転させて同じ置き方になるものに気をつけて、赤いおはじきの置き方だけ考えると、図１のようにＡ，Ｂ，Ｃの３通りとなります。

（２）赤２個、白２個、青１個を使って置く場合の置き方ですが、（１）は赤２個、白３個で３通りでした。（１）のＡ，Ｂ，Ｃについて、

それぞれの白３個を用いていた部分を、白２個、青１個に置く置き方を考えればよいです。（１個の青いおはじきをどこに置くかを考えます。）

すると図２のようになり、

赤いおはじきの置き方がＡの場合は３通り、

赤いおはじきの置き方がＢの場合は３通り、

赤いおはじきの置き方がＣの場合は２通り、

の合計８通りとなります。

[問題をみる](#) [目次へ](#)

A19 時計と暦

解答

(1) 時計Aが25時間進む間に、時計Bは24時間しか進まないでAとBの速度の比は25:24です。

すなわち、時計Aが25日分の時間進んだとき、時計Bは24日分の時間しか進みません。

このとき、ちょうど時間(時・分)は同じになります。(日にちが1日ずれます)

よって、同じ時間を表示するのは、「2004年2月27日午前10時」となります。

(2) 2つの時計は、25日ごとに1日ずつ日にちがずれていきます。

ずれた月日が同じになるのは、日にちが365回ずればよいです。(1年は365日なので)

25×365 日後に、再び同じ月日を表示します。

これは25年後ということになります。 $2004 + 25 = 2029$ 年になります。

しかし、2029年までに、2004年2月2日からは、2004、2008、2012、2016、2020、2024、2028

以上の7回のうるう年があるので、

2029年2月2日-7日=2029年1月26日午前10時 をAの時計が示しているときに、

Bの時計は2028年1月26日午前10時を示して・・・おりません。

Bの時計では、2028年の分のうるう年の日を過ぎていないので、Bの時計は2028年1月27日午前10時を示します。

(2028年2月2日午前10時-6日=2028年1月27日午前10時)

このとき、Aの時計とBの時計の示す月日に、1日のずれがあります。

1日のずれは25日で埋まるので、(Aの時計が25日進むとき、Bの時計は24日進む)

2029年1月26日午前10時+25日=2029年2月20日午前10時

をAの時計が示すとき、Bの時計は2028年1月27日午前10時+24日=2028年2月20日午前10時を示します。

正確な時間はAの時計が示しているので、

答えは、「2029年2月20日午前10時」となります。

[問題をみる](#)

[目次へ](#)

A20 投影図

解答

図2

正面から

真上から

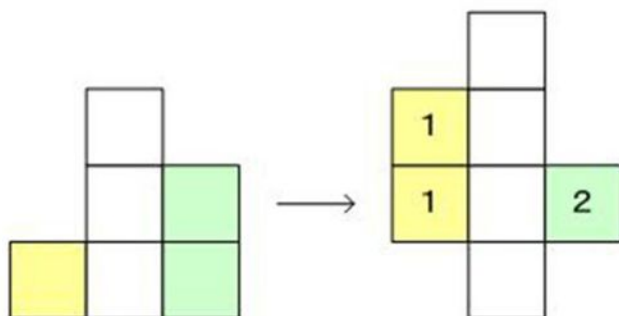


図3

左横から

真上から

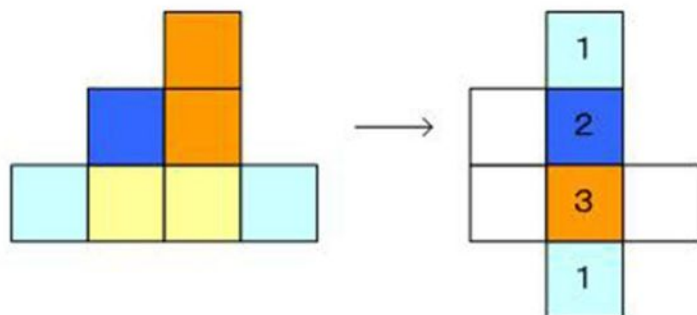
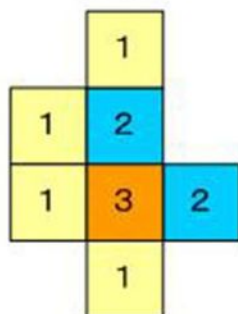


図4



(1) 真上から見た図に、その位置に何個の立方体が積みあげられているのか、描き込んでいきましょう。(真上から見た図には、すべての立方体が見えるから)

まず、正面から見た図からわかることは、上の図 2 のように黄色い部分と緑の部分がそれぞれ立方体 1 個、2 個から成っているということです。

3 個積まれているのがどこか、正面からの図では判断できません。

次に、左横から見た図からわかることは、下の図 3 のように、水色の部分、青の部分、オレンジの部分が、それぞれ 1 個、2 個、3 個の立方体から成っていることです。(左横から見ると、図 2 の黄色い部分の立方体が手前にあります)

図 2、図 3 から、この立体は、図 4 のように立方体が積まれていることがわかります。

よって、積まれた立方体の数は、 $1 \times 4 + 2 \times 2 + 3 = 11$ 個です。

(2) この立体には、くぼんだ部分がないので、正面、真上、左横の 3 方向から見える面積を単純に 2 倍にすれば表面積を求められます。

正面から見える立方体の数・・・6 個

真上から見える立方体の数・・・7 個

左横から見える立方体の数・・・7 個

立方体の 1 面の面積 $= 2 \times 2 = 4 \text{ cm}^2$ なので、この立体の表面積 $= 4 \times \{ (6 + 7 + 7) \times 2 \} = 160 \text{ cm}^2$ となります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

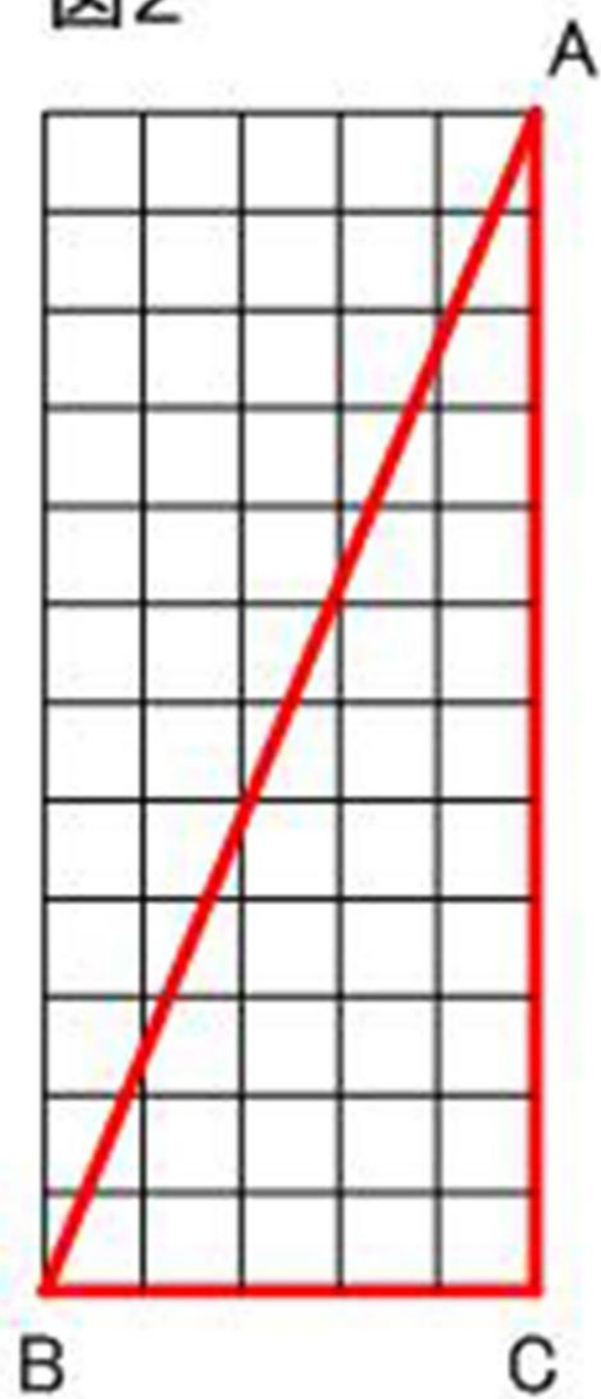
A21 対角線によって切断される正方形の数

解答

（１）直角三角形の直角の部分に正方形を合わせて、並べていく方法が、最も正方形をしきつめられます。すなわち、図２のような

たて１２ｃｍ、よこ５ｃｍの長方形の中にある、直角三角形ＡＢＣの中に、１辺１ｃｍの正方形が何個あるか、という問題になります。

图2



この正方形の数は、次の式から求められます。

(全正方形の数－A Bによって切断される正方形の数)÷2 長方形の中の正方形の数は、 $5 \times 12 = 60$ 個です。

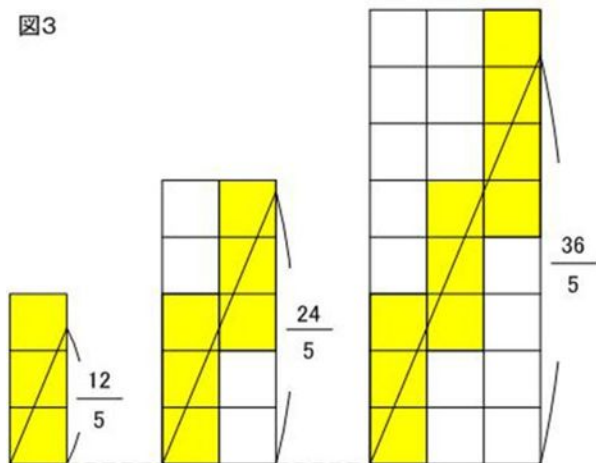
では、A Bによって切断される正方形の数は、何個でしょうか。

$BC : AC = 5 : 12$ なので、直角三角形の頂点Bから見ると、直線A Bは、よこに1 cm進むと、たてに $1\frac{2}{5}$ cm ($2 \cdot 4$ cm) あがるので、正方形は3個切られます。

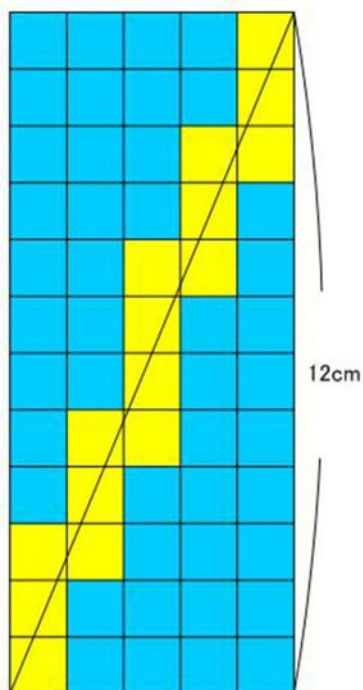
よこに2 cm進むと、たてに $2\frac{4}{5}$ cm ($4 \cdot 8$ cm) 進むので、下から3個目～5個目が、さらに切られます。

さらに、 $3\frac{6}{5}$ cm ($7 \cdot 2$ cm)、 $4\frac{8}{5}$ cm ($9 \cdot 6$ cm) と続き、BからAへ正方形を見ていくと、切断される正方形は、図3のようになります。

图3



3	3	5	3	5	8
1	1	3	1	3	5



3	5	8	10	12
1	3	5	8	10

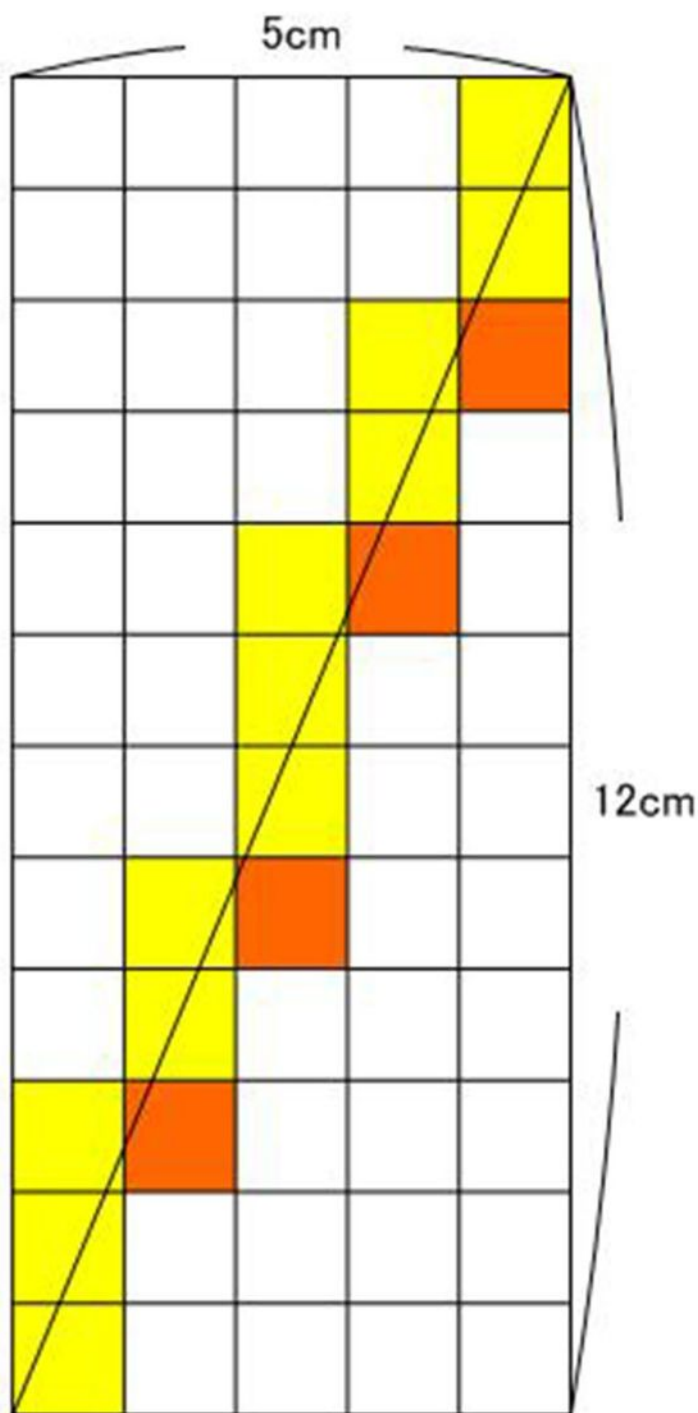
よって、切断される正方形の数は、 $3 + 3 + 4 + 3 + 3 = 16$ 個なので、求める青い部分の個数は、 $(60 - 16) \div 2 = 22$ 個となります。

さて、この「対角線によって切断される正方形の数」には簡単に数えられる方法があります。

たて A cm、よこ B cm の長方形の対角線によって切断される内部の 1 辺 1 cm の正方形の個数は、 $A + B - (A$ と B の最大公約数) に等しくなります。

図 4 は、切断される正方形を色分けしたものです。

图4



黄色い正方形は、長方形のたての長さと等しく 12 個あります。

オレンジの正方形は、長方形の横の長さより 1 つ少ない 4 個です。

対角線が、ある列から、となりの列へ進入していくとき、正方形の辺と交わります。

すると、その辺を共有する 2 つの正方形を切断することになります（となり合う黄色とオレンジの正方形が切断）

たてに進むと黄色い正方形が切断されますが、列を移動して進むと、オレンジの正方形（となりの正方形）が発生します。

いずれ、対角線は正方形の頂点と交わるわけですが、この際は辺ではないので、オレンジの正方形が発生しません。

正方形の頂点と対角線が交わると、オレンジの正方形は発生しない

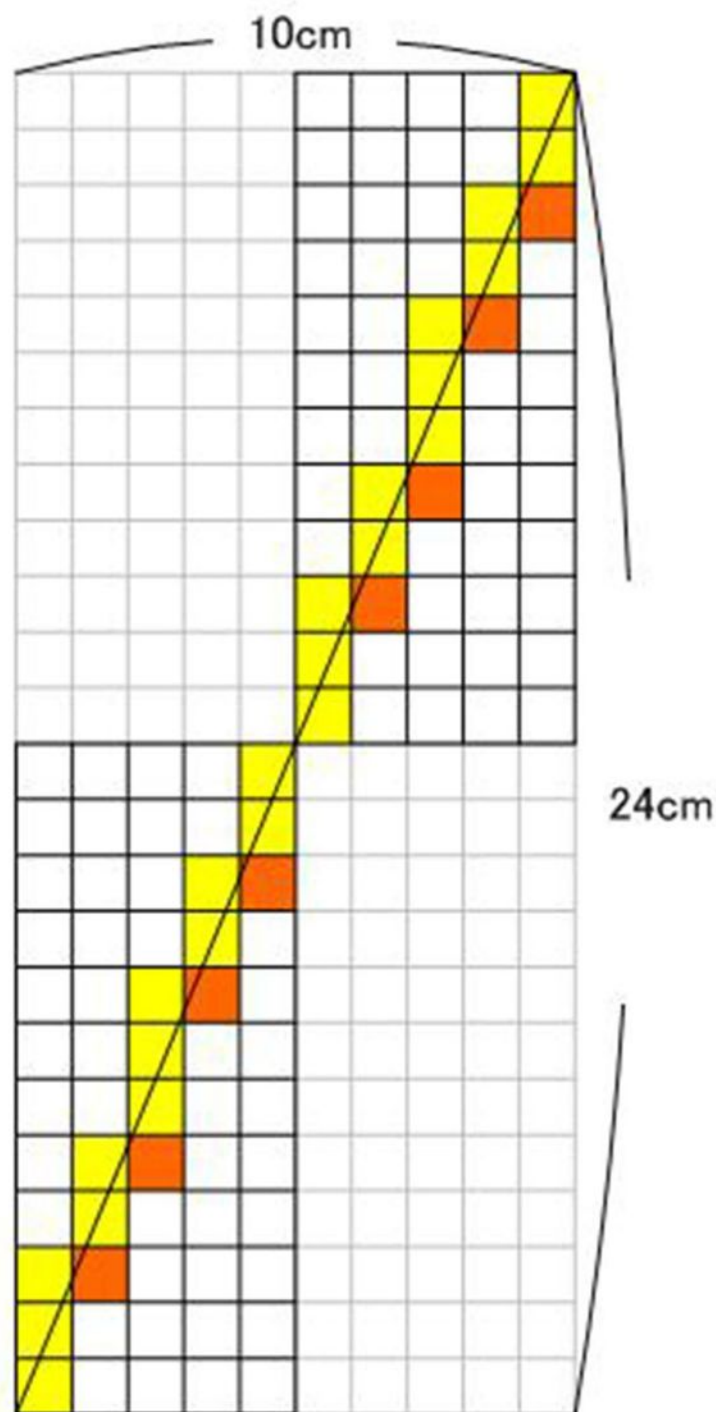
今回は、たて 12 cm、よこ 5 cm で、正方形の頂点は長方形の頂点と一致し、B からスタートした対角線は、正方形の頂点と 1 回、頂点 A で

交わるだけなので、オレンジの正方形は 1 個減り、対角線によって切断される正方形の個数は、 $12 + 5 - 1 = 16$ 個 と求められます。

では、この「1 個」の意味は、ということ、それは「12」と「5」の最大公約数です。

たとえば、たて 24 cm、よこ 10 cm の長方形にすると、

图5



$24 + (10 - 2) = 32$ 個の正方形が切断されます。

「2」を引いているのは、 $(5\text{ cm}、12\text{ cm}) \times 2 = (10\text{ cm}、24\text{ cm})$ なので、 $5\text{ cm}、12\text{ cm}$ ごとに正方形の頂点に対角線が交わり、

その回数が2回（ $=10$ と 24 の最大公約数）ということです。

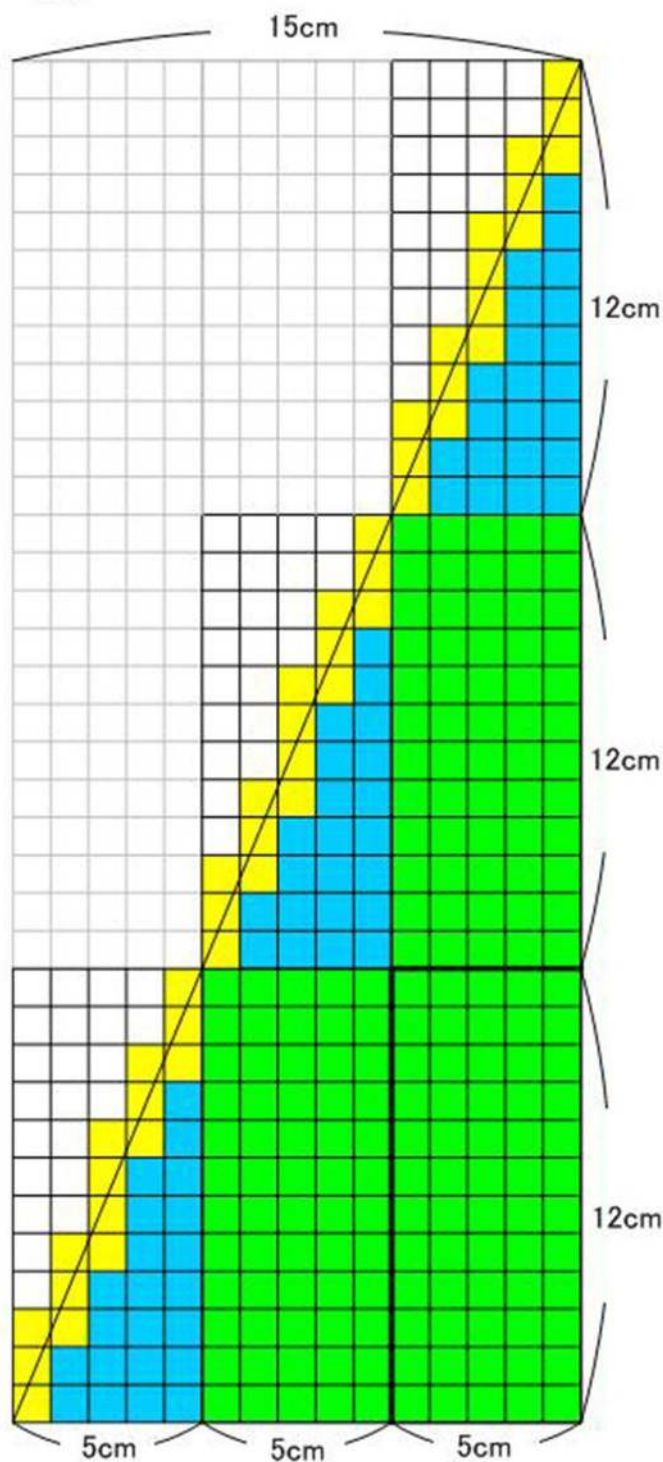
ですから、たて $A\text{ cm}$ 、よこ $B\text{ cm}$ の長方形の対角線によって切断される内部の1辺 1 cm の正方形の個数は、

$A + B - (A\text{と}B\text{の最大公約数})$ で求めることができます。

（2）（1）の直角三角形の3倍の大きさの直角三角形です。

図6のようになります。

图6



青い部分に正方形は $2 \times 2 \times 3 = 6 \times 6$ 個、また、緑の部分に正方形は $5 \times 1 \times 2 \times 3 = 1 \times 8 \times 0$ 個 並べられるので、
 $6 \times 6 + 1 \times 8 \times 0 = 2 \times 4 \times 6$ 個 の正方形を並べることができます。

なお、黄色い部分には正方形が $1 \times 5 + 3 \times 6 - 3 = 4 \times 8$ 個 あります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A22 三角柱の切断対角線によって切断される正方形の数

解答

(1) 1 : 1 1 に三角柱が分けられているので、三角柱の体積を①+①=②とします。

三角柱の体積=三角形ABCの面積×12cm 三角すいE-ABCの体積=三角形ABCの面積×12cm÷3

三角柱の体積=② としたので、三角すいE-ABCの体積=②÷3=④ となります。

立体Iの体積=① ですので、立体Iの体積 : 三角すいE-ABCの体積=1 : 4 です。

ここで、立体Iは、三角すいE-ABCの体積より小さいことがわかったので、点Pは辺BE上の目盛りにあることとなります。

すると、立体Iの形は、三角すいP-ABC となりますので、体積比1 : 4というのは、高さの比に置き換えることができます。

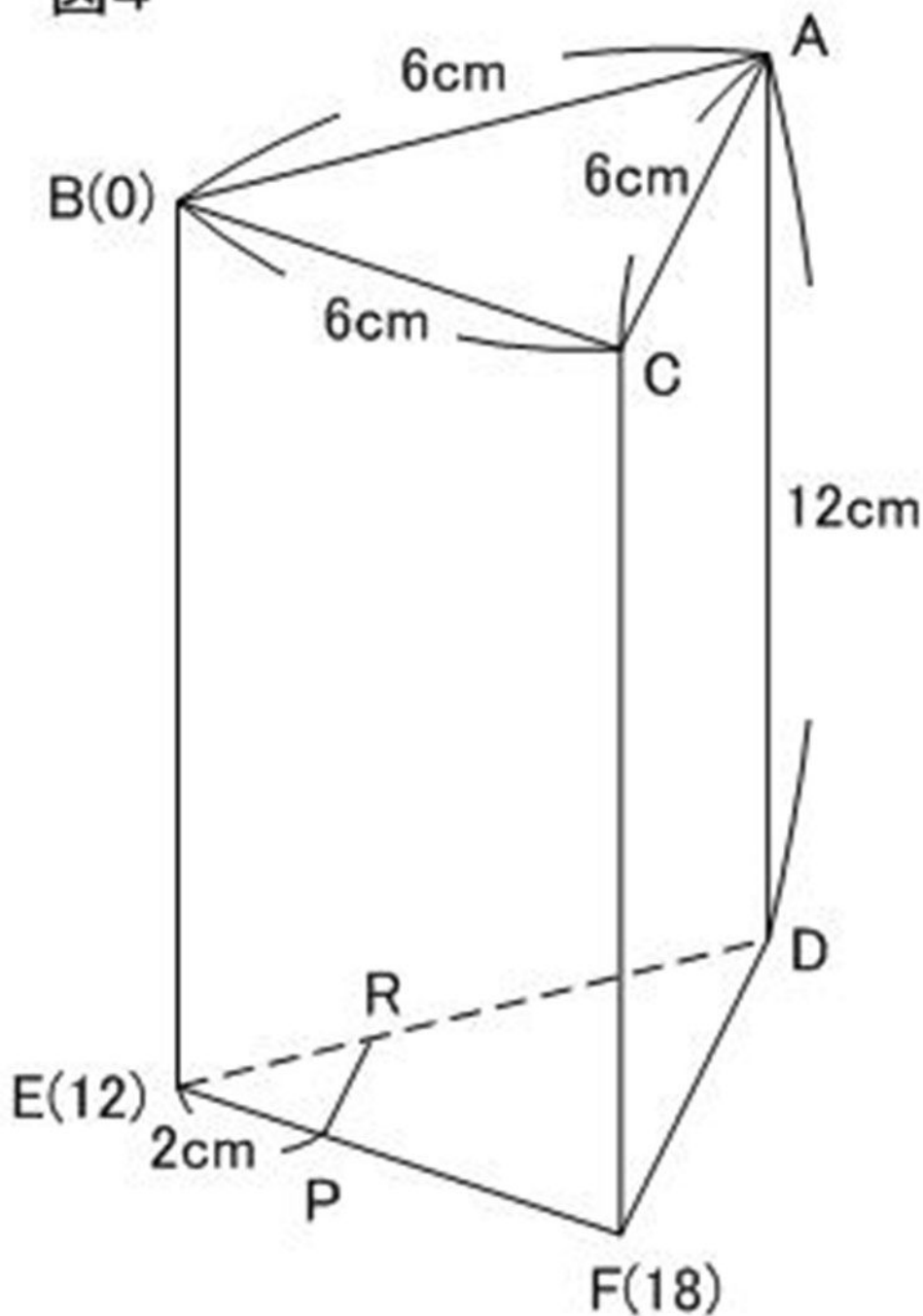
つまり、BP : BE = 1 : 4 です。

BE=12cmなので、BP=12÷4=3cm と求まり、点Pは「3」の目盛りにあることがわかります。

(2) 「14」の目盛りは辺EF上にあり、EP=2cm、PF=4cmです。

面ABCと面DEFは平行なので、3点A、C、Pを通る面は、点Pを通りACと平行な線を通ります。その線と辺DEの交点を点Rとすると、図4のようになります。

図4



すると、立体 $ABC-EPR$ （立体Ⅰ）は、三角すい台となります。

AR 、 CP の延長と、 BE の延長は、1点 S で交わります。

三角形ABCと三角形EPRは相似で、相似比は $2:6=1:3$ なので、三角すいS-EPRの体積 : 三角すいS-ABCの体積

$$=1\times1\times1 : 3\times3\times3 = 1 : 27 \quad \text{となります。}$$

三角すいS-ABCの体積 = 「27」とすると、三角すい台ABC-EPR（立体Ⅰ）の体積 = 「27」 - 「1」 = 「26」となります。

SE:SB=1:3なので、SE=6 cm です。

三角柱ABC-DEFの高さが12 cmから18 cmになると、その体積は、三角すいS-ABCの体積 = 「27」だったので、

「27」 $\times 3$ = 「81」となり、三角柱ABC-DEFの体積は、その $2/3$ 、すなわち、「81」 $\times 2/3$ = 「54」です。

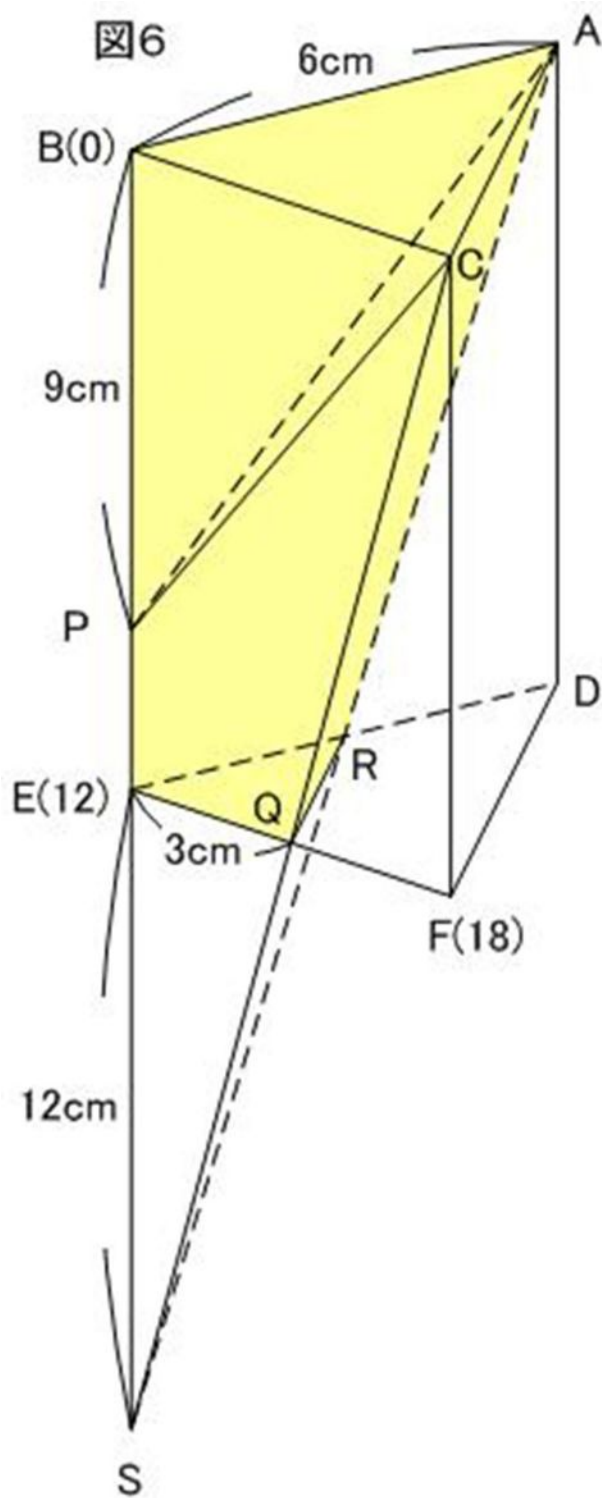
立体Ⅰの体積 = 「26」なので、立体Ⅱの体積 = 「54」 - 「26」 = 「28」となり、

立体Ⅰの体積 : 立体Ⅱの体積 = 「26」 : 「28」 = 13 : 14 となります。

(3) 点Qを通り、CAと平行な線と辺DEの交点を点Rとすると、4点A、C、Q、Rは同一平面上にあります。この平面とBEの延長の

交点を点Sとすると、図6のようになります。

例6



三角すいP-ABCの体積：三角すいS-ABCの体積

= PBの長さ：SBの長さ = 9：24となります。（底面積：三角形ABCの面積が等しいので、高さの比になります）

三角すいP-ABC（立体Ⅰ）の体積を「9」とすると、三角すいS-ABCの体積＝「24」で、

三角すいS-ABCと三角すいS-EQRは相似で、相似比は1：2

より、体積比は $1 \times 1 \times 1 : 2 \times 2 \times 2 = 1 : 8$ となります。

よって、三角すいS-EQRの体積＝「24」 \div 8＝「3」です。

ゆえに、三角すい台ABC-EQRの体積＝「24」－「3」＝「21」となります。

立体Ⅰの体積＝「9」なので、立体Ⅲの体積＝「21」－「9」＝「12」となります。

立体Ⅰの体積＝「9」のとき、三角柱ABC-DEFの体積は、「9」 \div 9 \times 12 \times 3＝「36」です。

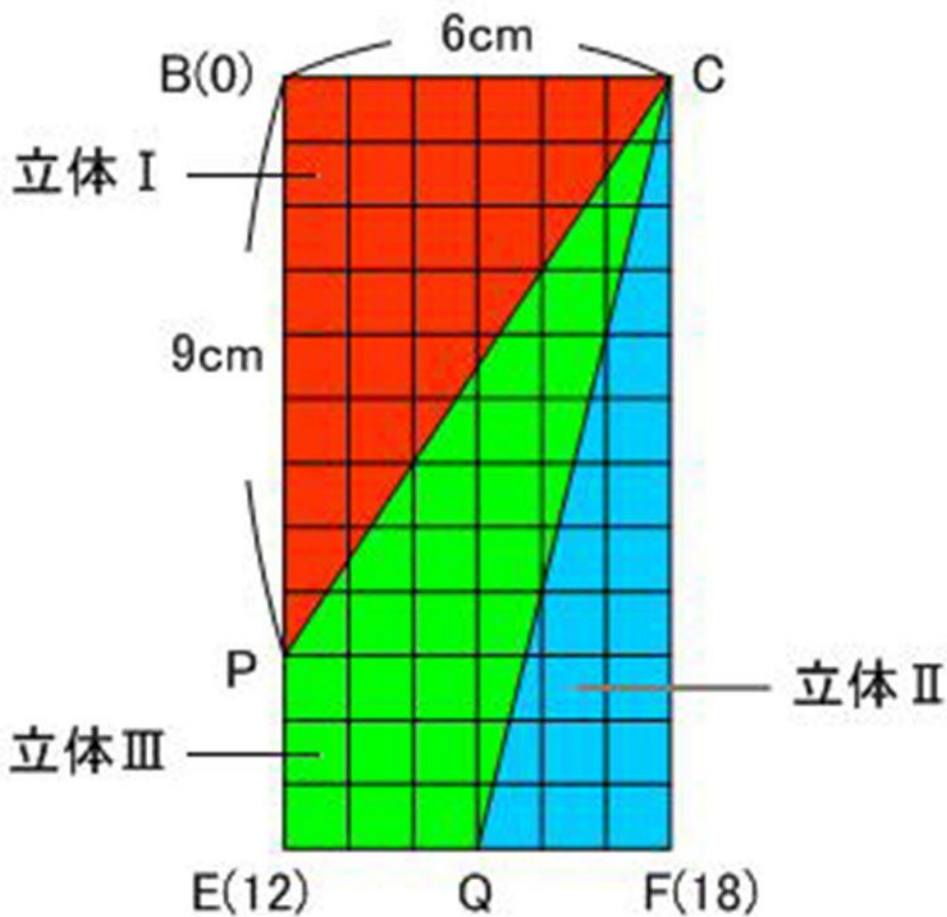
よって、立体Ⅱの体積＝「36」－「21」＝「15」です。

ゆえに、立体Ⅰの体積：立体Ⅱの体積：立体Ⅲの体積＝「9」：「15」：「12」＝3：5：4となります。

（4）3点A，C，Pを通る平面と、3点A，C，Qを通る平面はどちらも辺ACを通るので、辺ACと平行です。

よって、辺ACを軸として、辺ACを真上から見るように見ると、図7のように、平面は直線CPとCQになります。

図7

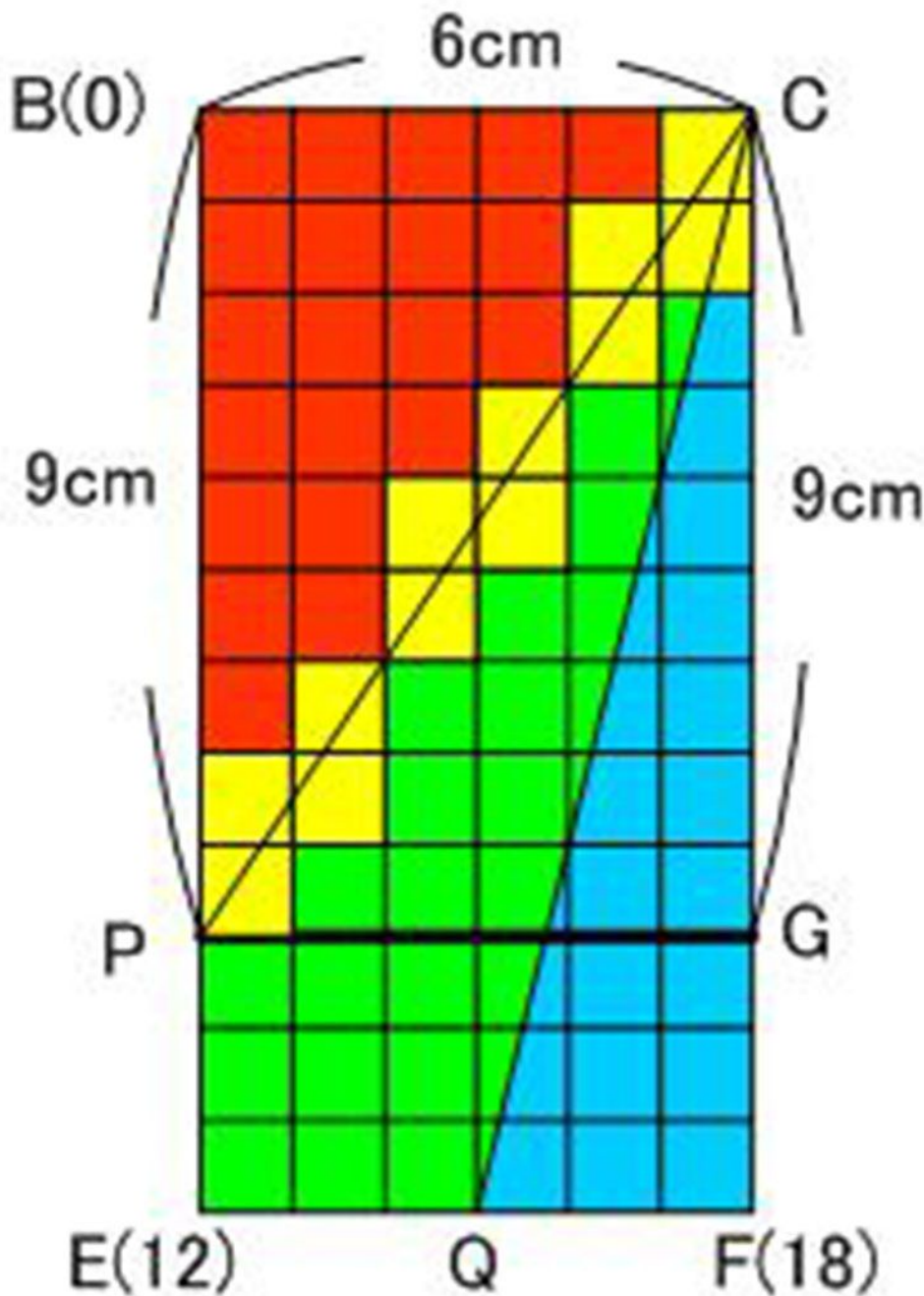


長方形B E F Cの中の切断されていない正方形の数を調べます。

まず、C Pが切断した正方形の数について、C Pは図8のようにたて9 c m、よこ6 c mの長方形B C G Pの対角線なので、

たて3 c m、よこ2 c mの長方形内の6個の正方形のうち、4個を切断して進みます。

図8



次に、 CQ は、たて 12cm 、よこ 3cm の長方形 $CFQH$ の対角線なので、図9のように、たて 4cm 、よこ 1cm の長方形の4個の

正方形を切断していく線になります。

図9

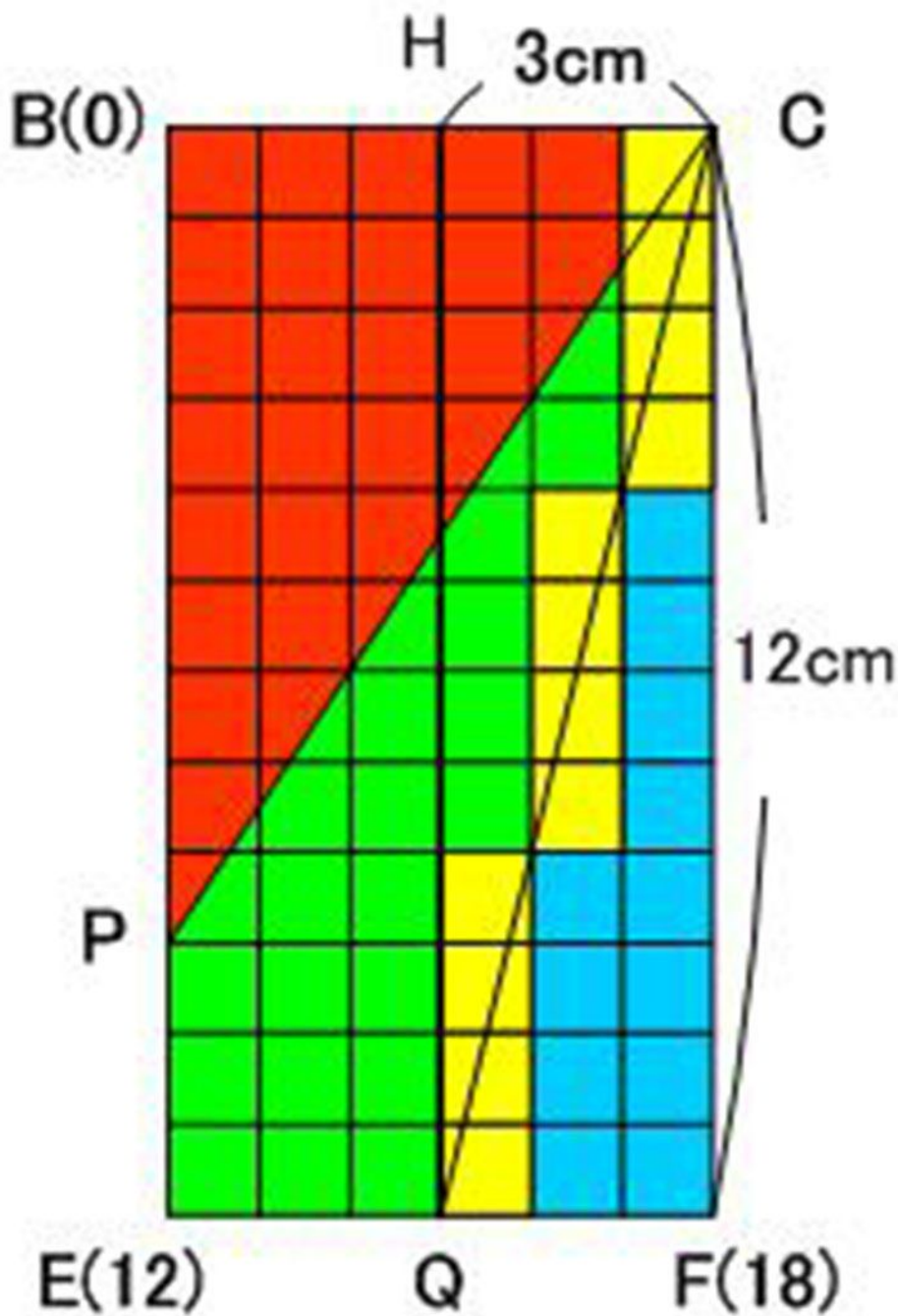
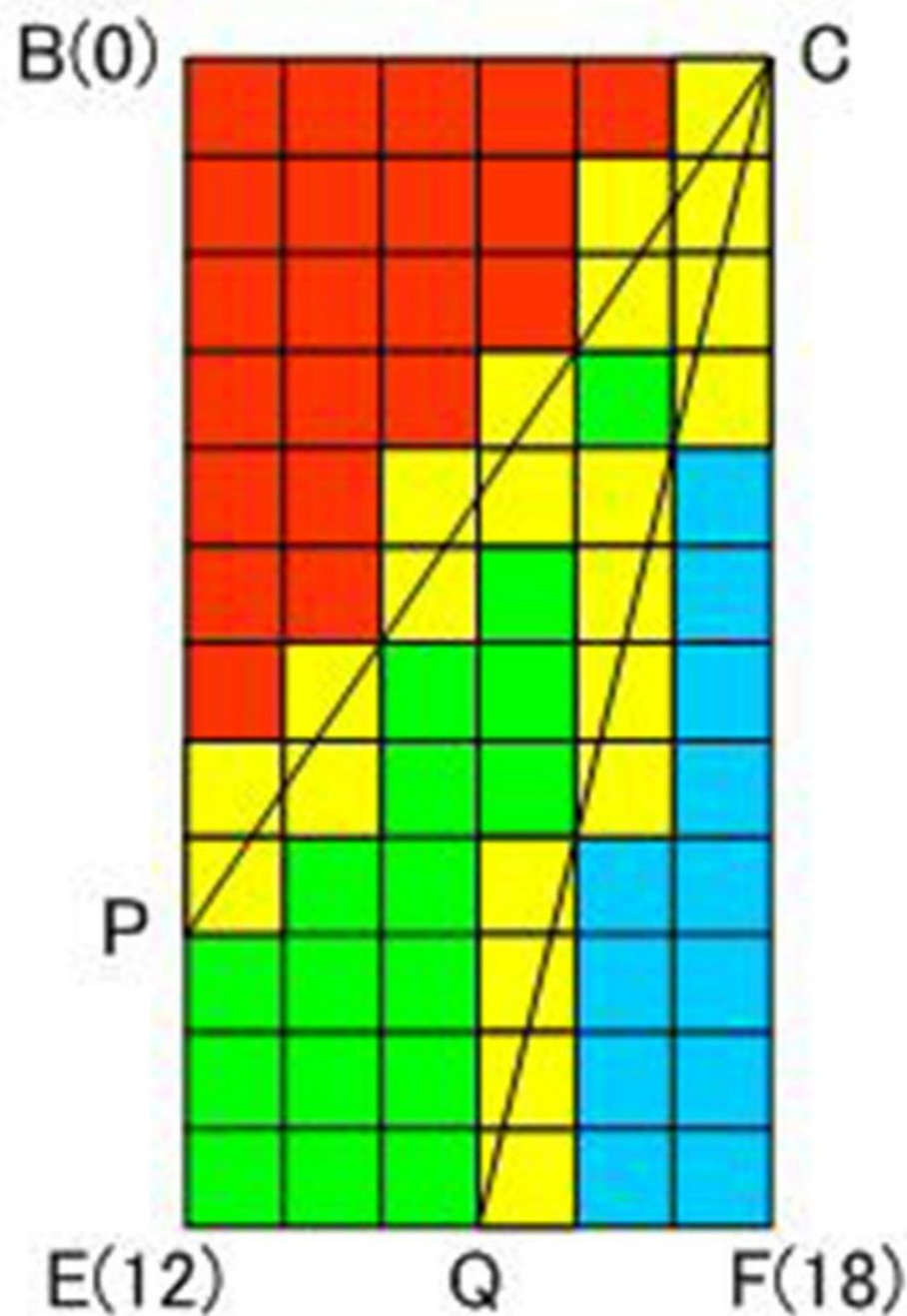


図8と図9を合わせると、図10のようになり、緑の部分の正方形が切断されることがわかります。

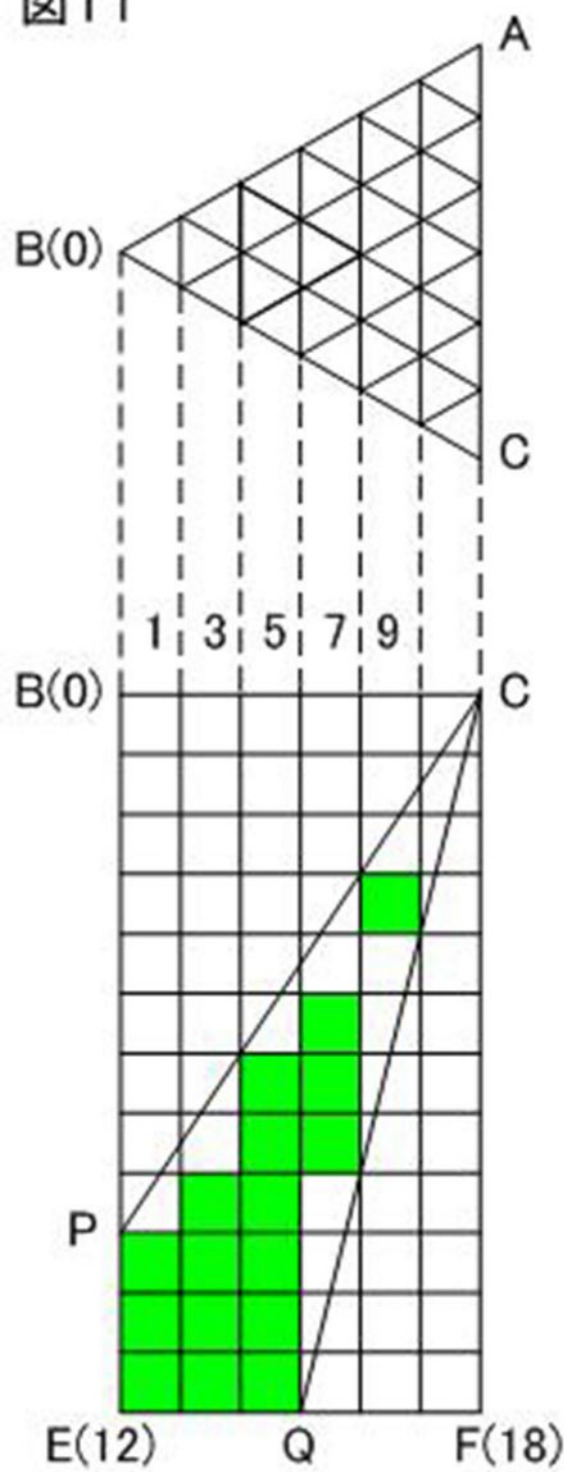
図10



この図は辺 C A を軸として真上から見ているので、緑の部分の正方形の後ろにある立体 Z も切断されていないことになります。

後ろに立体 Z が何個あるかというと、図 1 1 のように

図 11



1，3，5，7，9・・・（個）で、立体Ⅲには、全部で $1\times3+3\times4+5\times6+7\times3+9\times1=75$ 個

切断されなかった立体Zがあることがわかります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

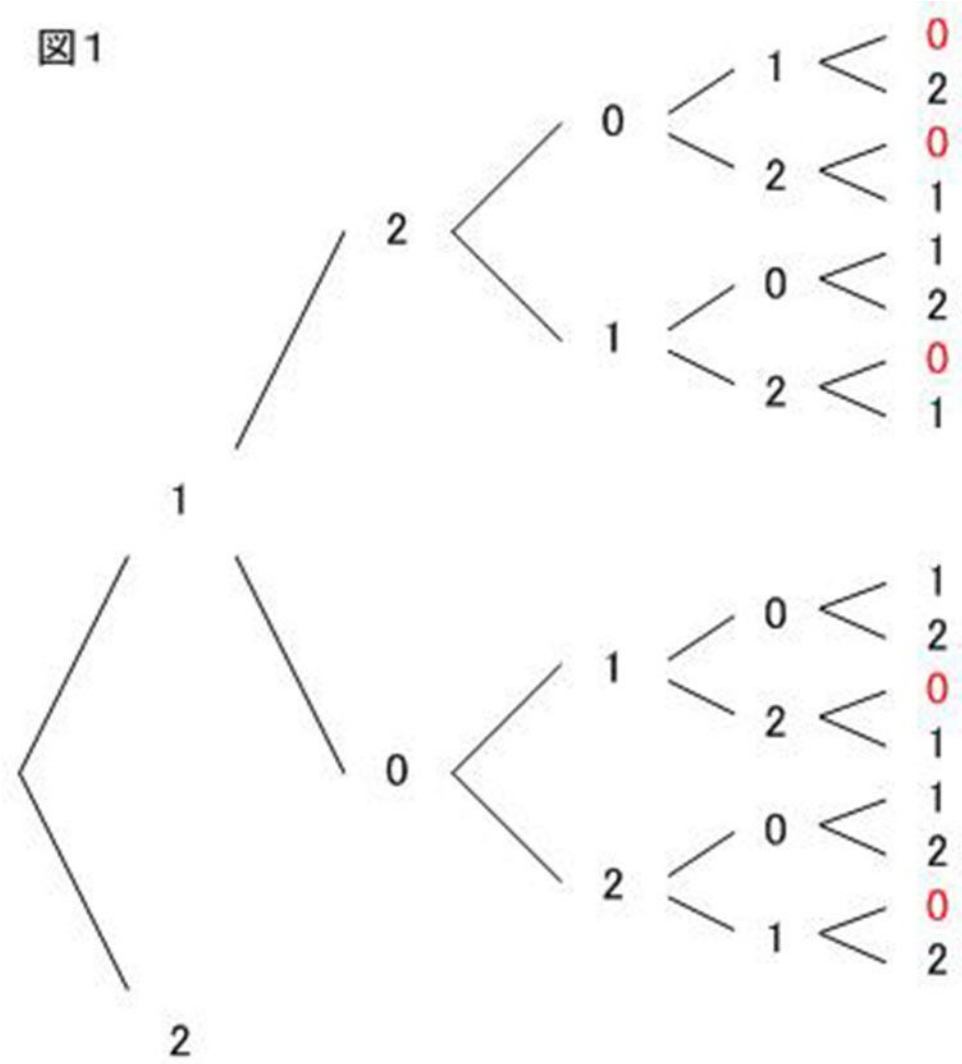
A23 樹形図

解答

(1) 5けたまで並べていくと、図1のようになります。

1番目の数字が「1」の場合、5番目の数字(右端)が0なのは5通りあります。1番目の数字が「2」の場合も同様になります。

(1と2が入れかわるだけなので) よって、 $5 \times 2 = 10$ 通りになります。

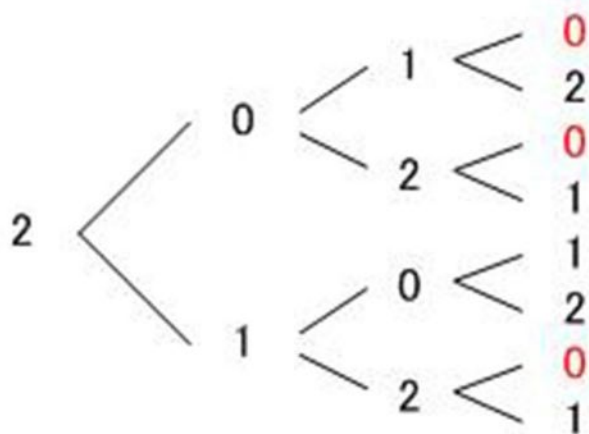
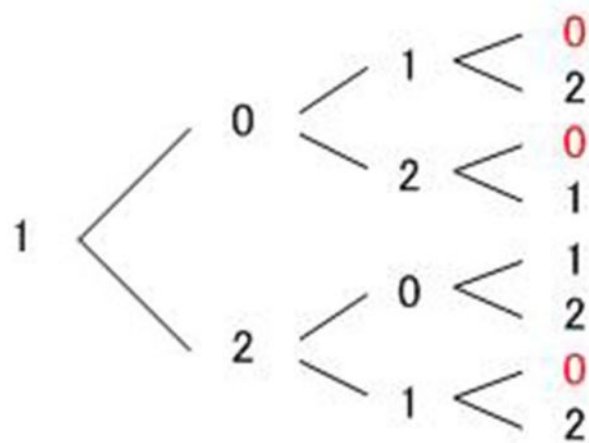
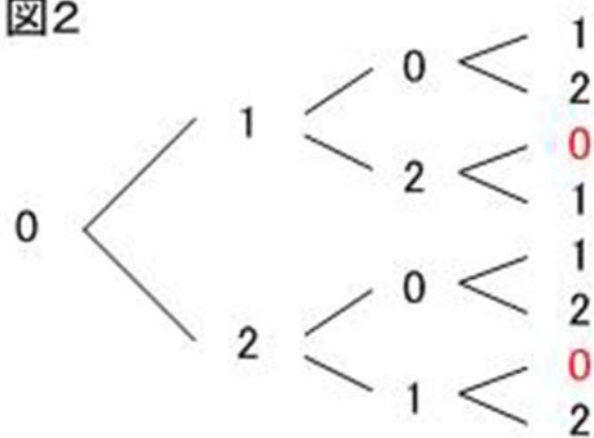


(2) 図2のように、1つ目の数字が「0」、「1」、「2」のときに分けて、4つ目まで数字を並べると、1つ目の数字が「0」のとき、

4つ目の数字が「0」になるのは2個あります。

全部で $2 \times 2 \times 2 = 8$ 通りあるので、残り6個は「1」か「2」です。

图2



1つ目の数字が「1」または「2」のとき、4つ目の数字が「0」になるのは3通りで、残り5通りは「1」または「2」になります。

(1)より、5けたの整数は10通り作れますが、これが途中だとすると $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 通り考えられ、「0」で終わるものが10通り

ということになり、残り22通りは「1」または「2」になります。

すると、5個目の数字が0, 1, 2のどれかであったとき、5番目、6番目、7番目、8番目の数字は図2のように並びます。

よって、5番目の「0」1つにつき、8番目に「0」がつくものは2個に

なるので、5番目の「0」が10通りあるので、その後の8番目に「0」がつくのは $10 \times 2 = 20$ 通り。

5番目が「1」または「2」のとき、8番目に「0」がつくものは3個に

なるので、5番目の「1」または「2」が22通りあるので、その後の8番目に「0」がつくのは $22 \times 3 = 66$ 通り。

よって、合計 $20 + 66 = 86$ 通りとなります。

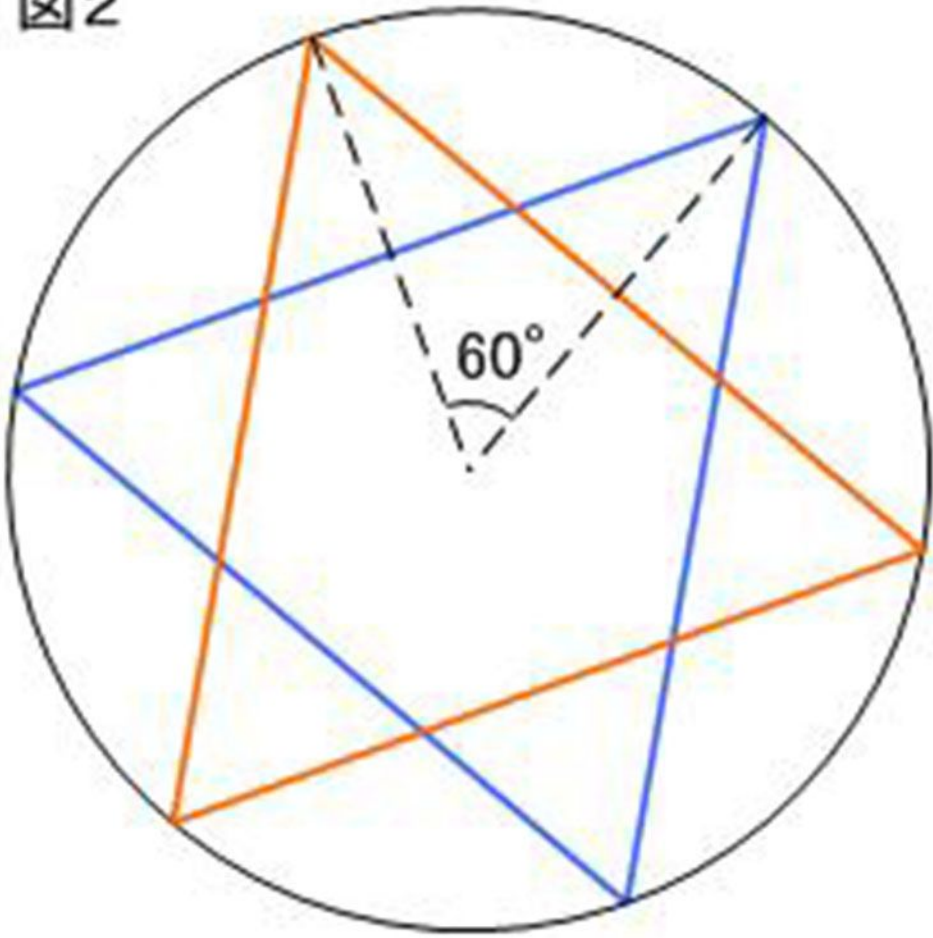
[問題をみる](#) [目次へ](#)

A24 円の中を回転する正三角形

解答

(1) 重なる部分が正六角形になるのは、下の図2のようにするときで、正三角形A、Bが重なりあっていたときから、 60° ずれたときです。

図2



よって、 $60 \div (7 + 4) = 5$ と $5/11$ 秒後になります。

(2) 正三角形A、Bは、ともに 120° 回転すると、図1の正三角形と重なります。それぞれ 7° 、 4° ずつ回転しているので

図1の正三角形と重なるまでに、 $120/7$ 秒、 $120/4$ 秒かかります。

図3

$$\frac{1}{7} \quad \left. \begin{array}{r} 120 \\ 7 \end{array} \right\} 30$$

$$30 \quad \left. \begin{array}{r} 120 \\ 4 \end{array} \right\} 30 \times 7$$

最小公倍数は

$$\frac{1}{7} \times 30 \times 4 \times 7 = 120$$

よって、 $120/7$ と $120/4 (=30)$ の最小公倍数を求めればよく、図3のすだれ算から、120秒後となります。

(3) 3つの正三角形が3枚とも重なる部分が正九角形になるとき、図4のようになります。

$360 \div 9 = 40$ なので、正三角形の頂点と円の中心を結ぶととなり合う頂点のずれは 40° になります。

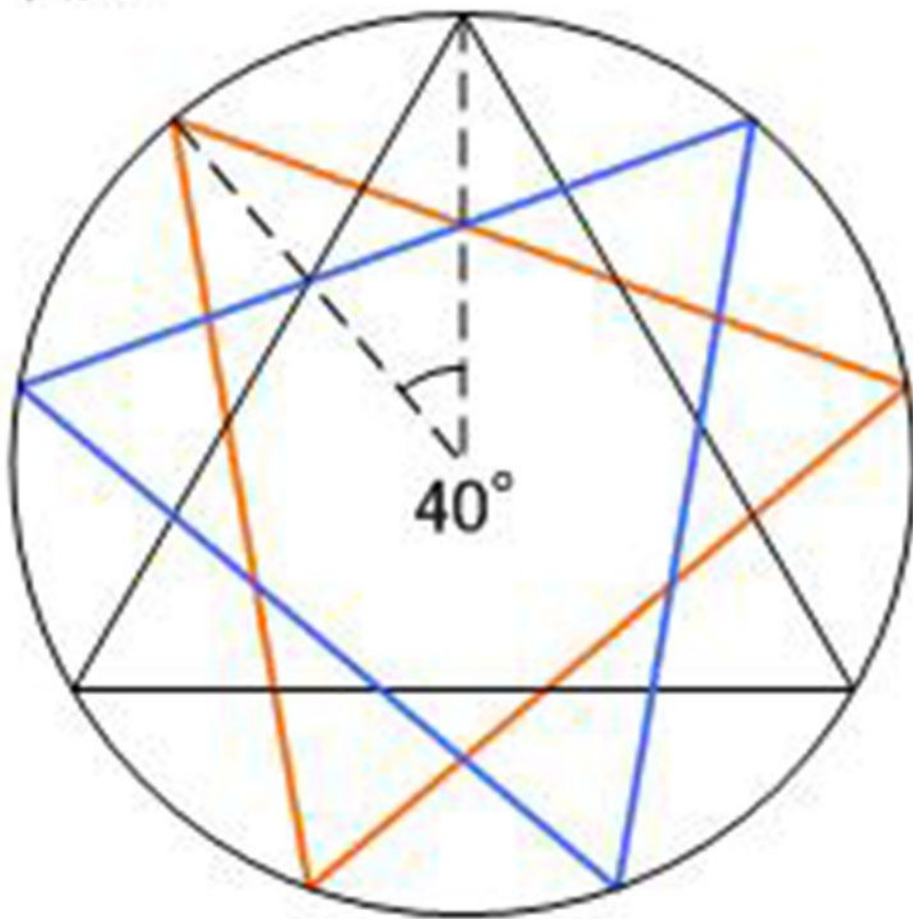
40° 回転するのに、正三角形A、Bはそれぞれ $40/7$ 、 $40/4$ 秒かかります。

(2)と同様に最小公倍数を求めると、 40 秒となります。

40 秒後、Aは $40 \times 7 = 280^\circ$ 、Bは $40 \times 4 = 160^\circ$ それぞれ回転するので、Aは図4の青い正三角形、Bは図4の

オレンジの正三角形の位置となっています。

図4



2回目に正九角形ができるのは、 $40 \times 2 = 80$ 秒後で、正三角形Aは $80 \times 7 = 560^\circ = 360^\circ (1 \text{ 周}) + 200^\circ$

正三角形Bは $80 \times 4 = 320^\circ$ それぞれ回転するので、Aは図4のオレンジの正三角形、Bは図4の青い正三角形の位置にあります。

次に $40 \times 3 = 120$ 秒後は、

(2)より3つの正三角形が重なっていて正九角形はできません。に $40 \times 4 = 160$ 秒後は、

正三角形Aは $160 \times 7 = 1120^\circ = 1080^\circ (3 \text{ 周}) + 40^\circ$

正三角形Bは $160 \times 4 = 640^\circ = 360^\circ (1 \text{ 周}) + 280^\circ$

それぞれ回転していて、Aは図4の青い正三角形、Bは図4のオレンジの正三角形の位置にあります。

よって、3回目に3つの正三角形が重なる部分が正九角形になるのは、160秒後となります。

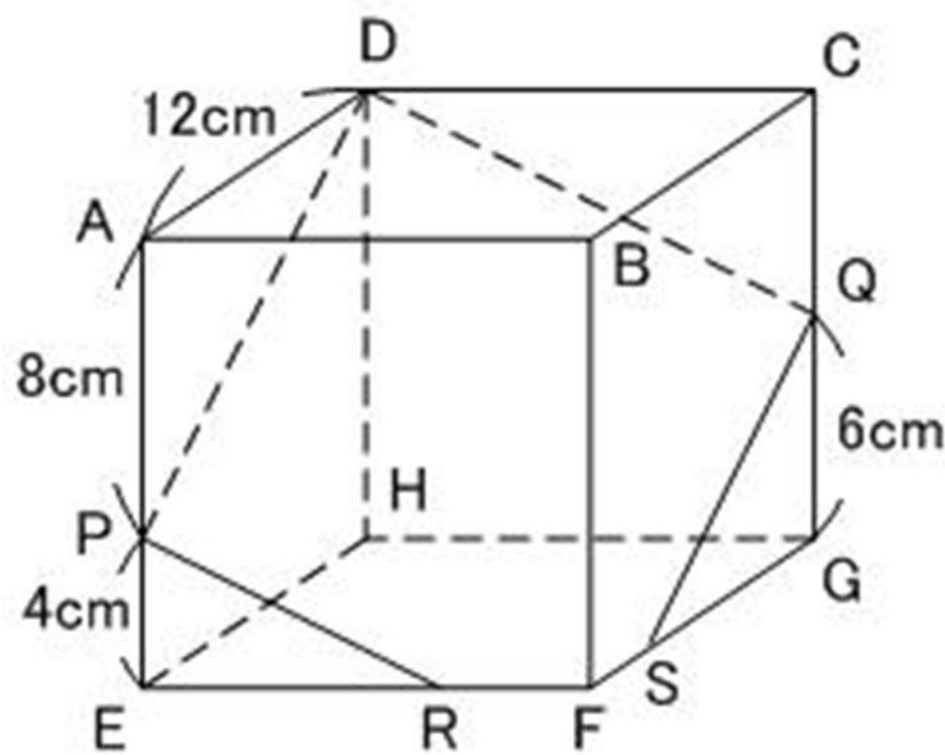
[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A25 立方体の切断

解答

- (1) 立方体 $ABCD-EFGH$ の表面積は、 $12 \times 12 \times 6 \text{ cm}^2$ です。
- 切り取られる三角柱 $F-BMN$ の三角形 BFM 、 BFN 、 BMN の面積の和は、 $6 \times 12 + 2 \times 2 + 6 \times 6 + 2 = 90 \text{ cm}^2$ です。
- 切断面の三角形 FMN の面積は、三角形 DMN の面積に等しく、 $12 \times 12 - 90 = 54 \text{ cm}^2$ です。
- よって、求める表面積 $= 12 \times 12 \times 6 - 90 + 54 = 828 \text{ cm}^2$ となります。
- (2) 3点 D 、 P 、 Q を通る平面が立方体をどのように切断するか調べます。
- P から DQ と平行な線を引き、 EF との交点を R とし、 Q から DP と平行な線を引き、 FG との交点を S とすると、下図のようになります。



- 三角形 CDQ と三角形 ERP は相似なので、 $CQ : CD = EP : ER$ より、 $EF = 8 \text{ cm}$ となります。
- 三角形 ADP と三角形 GSQ は相似なので、 $AP : AD = GQ : GS$ より、 $SG = 9 \text{ cm}$ となります。
- また、 DP の延長と HE の延長の交点を点 T 、 DQ の延長と HG の延長の交点を点 U とすると、三角形 APD と三角形 EPT が相似で、相似比 $2 : 1$ なので $ET = 6 \text{ cm}$
- 三角形 CDQ と三角形 GUQ が相似比 $1 : 1$ なので、 $GU = 12 \text{ cm}$ となり、 TU 上に2点 R 、 S があります。



求める部分の体積と三角すいD-HTUの体積の体積比は、 $=216-(8+27):216=181:216$ となります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A26 ビーズの輪

解答

(1) 青2個、白4個使うので、青いビーズ2個の置き方について回転や裏返して同じになる場合に気をつけると、下の図1のように

3種類の輪を作ることができます。

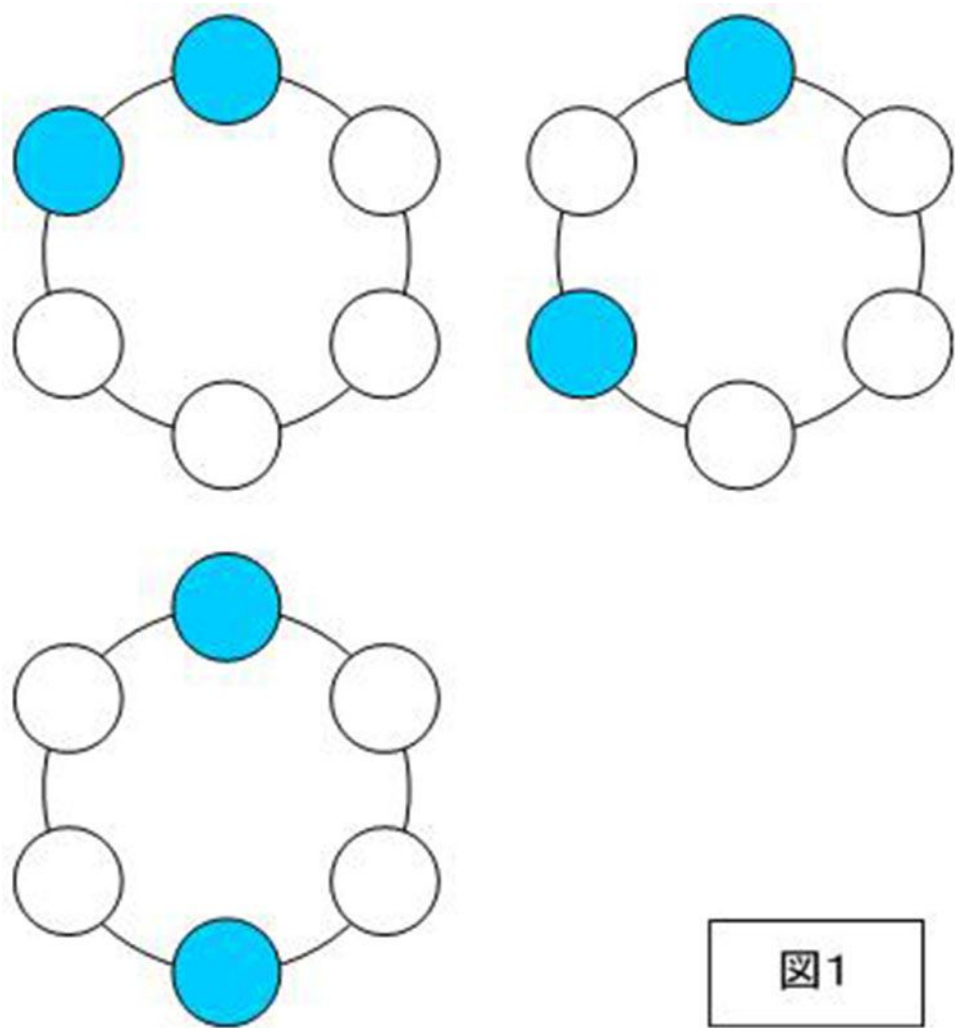


図1

(2) 青いビーズ1個を使う場合・・・1種類

青いビーズ2個を使う場合・・・3種類

青いビーズ3個を使う場合・・・下の図2のように3種類

青いビーズ4個を使う場合・・・青いビーズ2個を使う場合と同じで（青と白をチェンジさせれば同じ）3種類

青いビーズ5個を使う場合・・・青いビーズ1個を使う場合と同じで 1種類

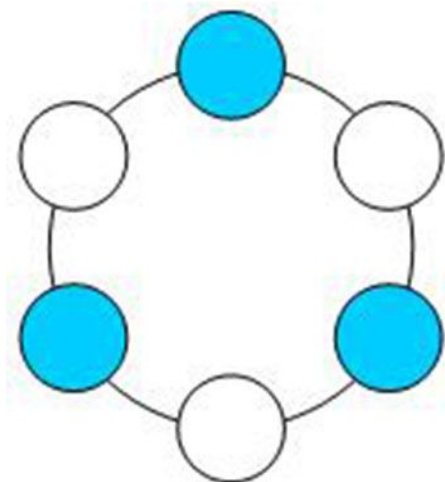
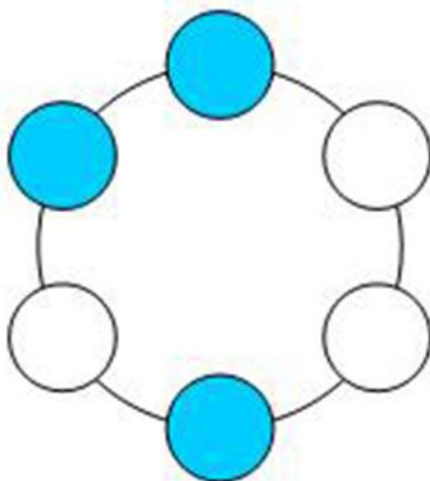
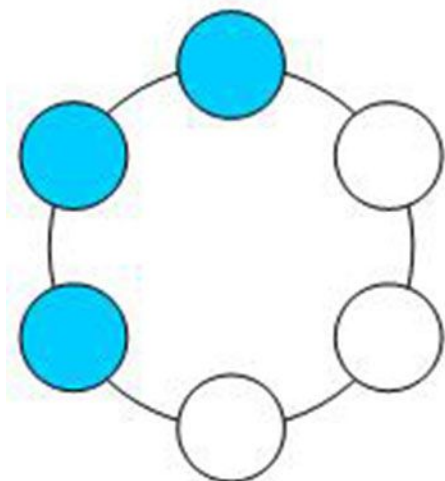


図2

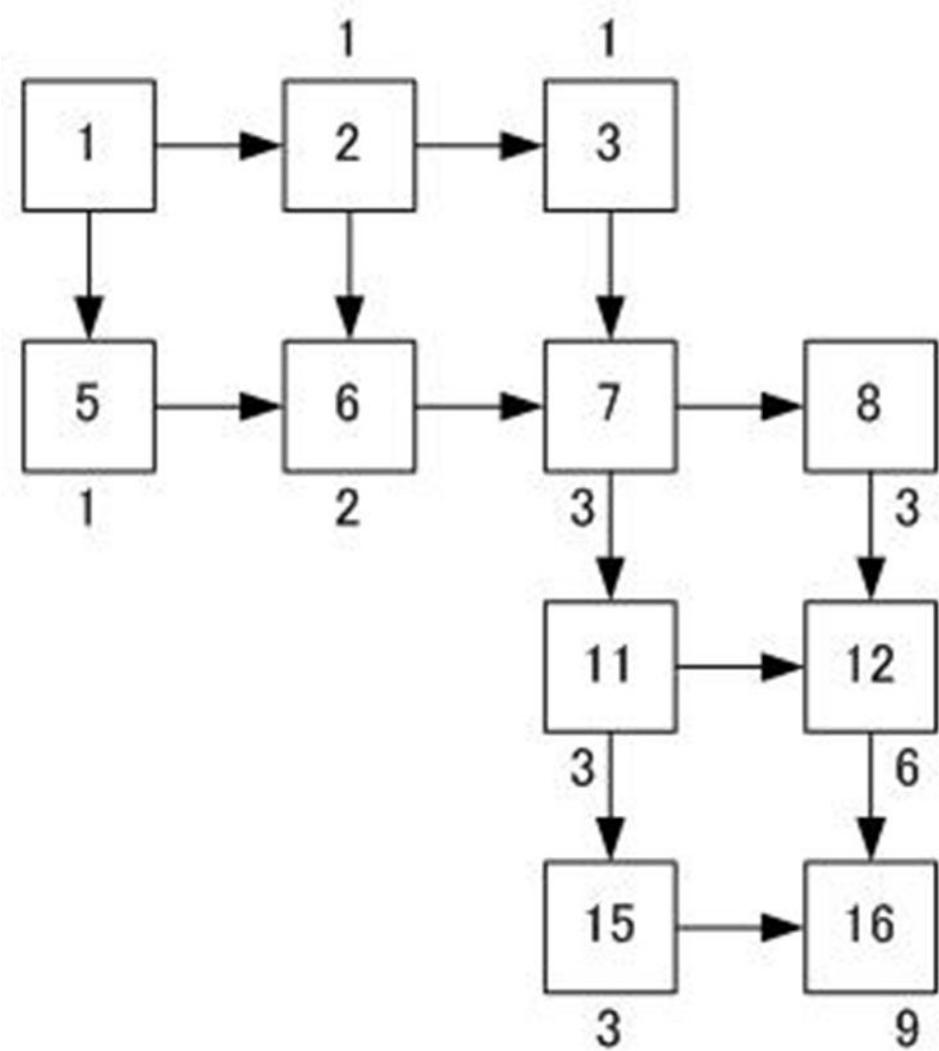
よって、 $1 + 3 + 3 + 3 + 1 = 11$ 種類の輪を作ることができます。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A27 部屋の行き方

解答

(1) 1 番から7 番を通して1 6 番の部屋へ行く行き方は、下図のようになり、9 通りとなります。



(2) 1 番から7, 1 3 番の部屋を通して1 6 番の部屋まで行く行き方は、①1→7→1 3→1 6 ②1→1 3→7→1 6 の2通りの行き方が考えられます。

まず、①のとき、1 番の部屋から7 番の部屋への行き方は

(1) より、3 通りです。7 番の部屋から1 3 番の部屋への行き方は6 通りあります。1 3 番の部屋から1 6 番の部屋へ行く行き方は、1 3→1 4→1 5→1 6 の順に進む1 通りです。

よって、①のとき、1 番の部屋から1 6 番の部屋への行き方は、 $3 \times 6 \times 1 = 18$ 通り となります。

次に②のとき、1 番の部屋から1 3 番の部屋への行き方は、1→5→9→1 3 の順の1 通りです。

13番の部屋から7番の部屋への行き方は、6通り、7番の部屋から16番の部屋への行き方は、3通りなので、

②のとき、1番の部屋から16番の部屋への行き方は、 $1 \times 6 \times 3 = 18$ 通りあります。

ゆえに、合計で、 $18 + 18 = 36$ 通りの行き方があります。

(3) 1番から、7、10、13番の部屋を必ず通って16番の部屋へ行くとき、最短の行き方は、① $1 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 13 \rightarrow 16$ の行き方と、

② $1 \rightarrow 13 \rightarrow 10 \rightarrow 7 \rightarrow 16$ の行き方の2通りとなります。

①のとき、1番の部屋から7番の部屋への行き方は3通り、7番の部屋から10番の部屋への行き方は2通り、10番の部屋から13番の部屋への行き方も2通り、13番の部屋から16番の部屋への行き方は1通り、なので

①のときの1番から16番の部屋への行き方は、 $3 \times 2 \times 2 \times 1 = 12$ 通りあります。

次に、②のとき、1番から13番の部屋への行き方は1通り、13番から10番の部屋への行き方は2通り、

10番から7番の部屋への行き方は2通り、7番から16番の部屋への行き方は3通りなので、

②のときに1番から16番の部屋への行き方は、 $1 \times 2 \times 2 \times 3 = 12$ 通りあります。

よって、合計で $12 + 12 = 24$ 通りの行き方があります。

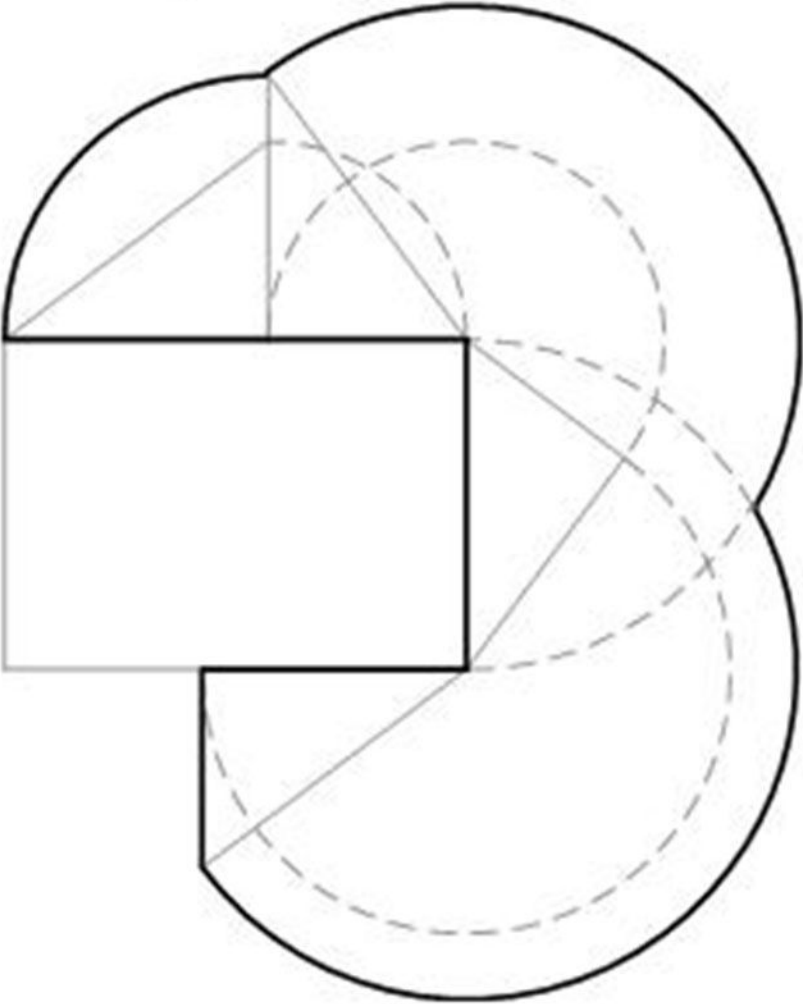
[問題を見る](#) [目次へ](#)

A28 図形の移動

解答

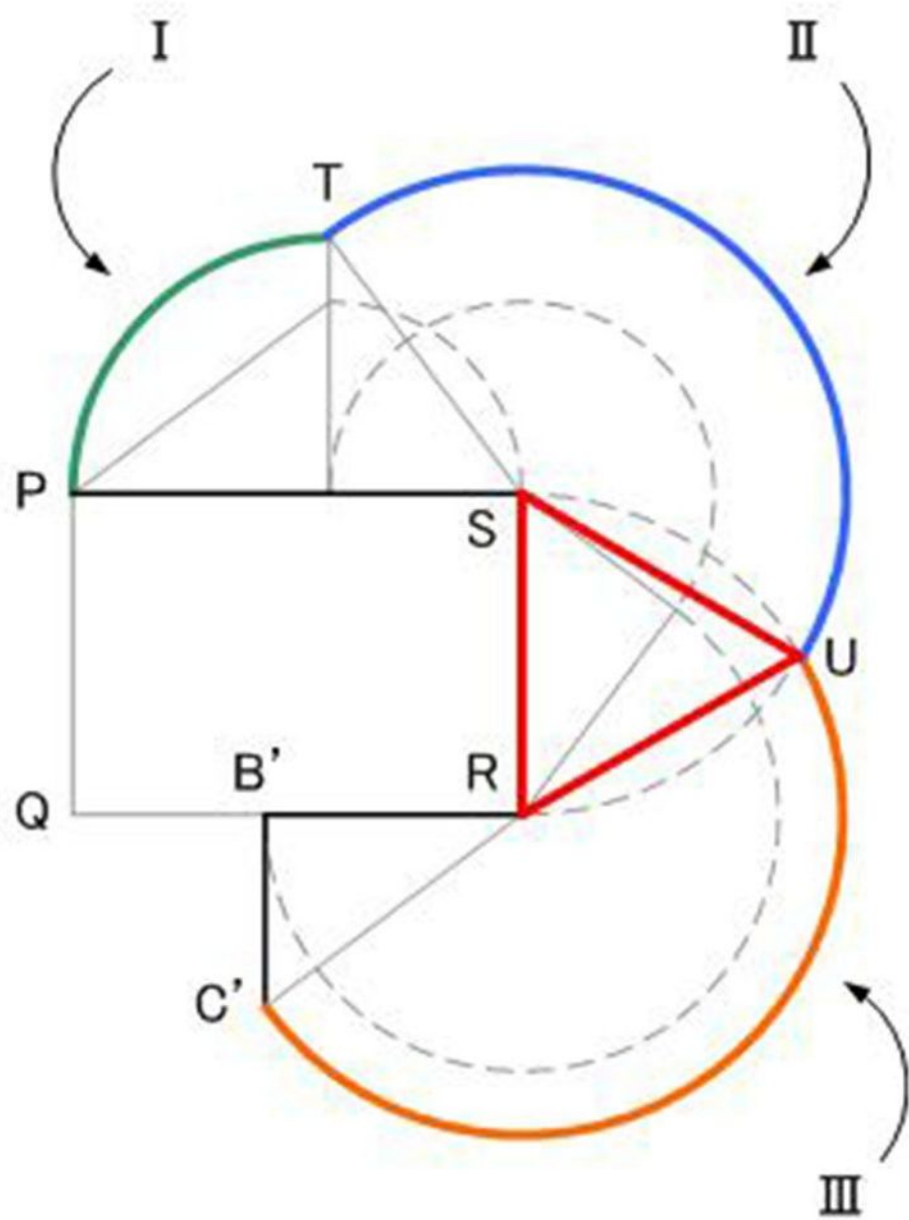
(1) ①、②、③の手順で三角形ABCを回転させると、図1のようになります。

図1



(2) 図1の各点について、T・U・B'・C'として図2のようにし、円周のPからTの部分までの部分をⅠ、TからUまでの部分をⅡ、UからC'までの部分をⅢとします。

图2



三角形RSUは、 $RS = SU = RU = 5\text{ cm}$ なので、正三角形です。

ⅡとⅢの長さの求め方が問題になります。

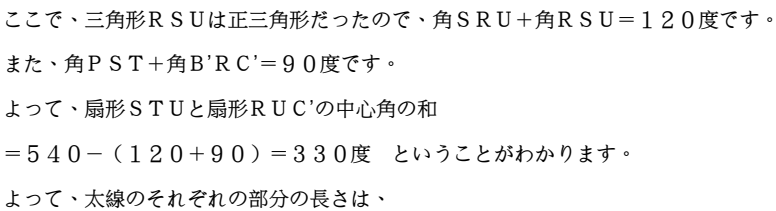
扇形STUと扇形RUC'の中心角をそれぞれ求めるのは難題です。

しかし、両方とも半径 5 cm なので、中心角の和を求めれば、Ⅱ、Ⅲの長さの和を求めることができます。

下の図3からわかるように、

角度①+角度② $= (360 - 90) \times 2 = 540$ 度です。

図3



よって、太線のそれぞれの部分の長さは、

$$PS+SR+RB'+B'C'=7+5+4+3=19 \text{ (cm)}$$

$$\text{Iの長さ}=4\times 2\times 3\cdot 14\times 90/360=2\times 3\cdot 14 \text{ (cm)}$$

$$\text{IIの長さ}+\text{IIIの長さ}=5\times 2\times 3\cdot 14\times 330/360=5\frac{5}{6}\times 3\cdot 14 \text{ (cm)}$$

なので、合計すると、

$$19+(2+5\frac{5}{6})\times 3\cdot 14=19+35\cdot 06\div 54\cdot 1 \text{ (cm)} \text{となります。}$$

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A29 数のパズル

解答

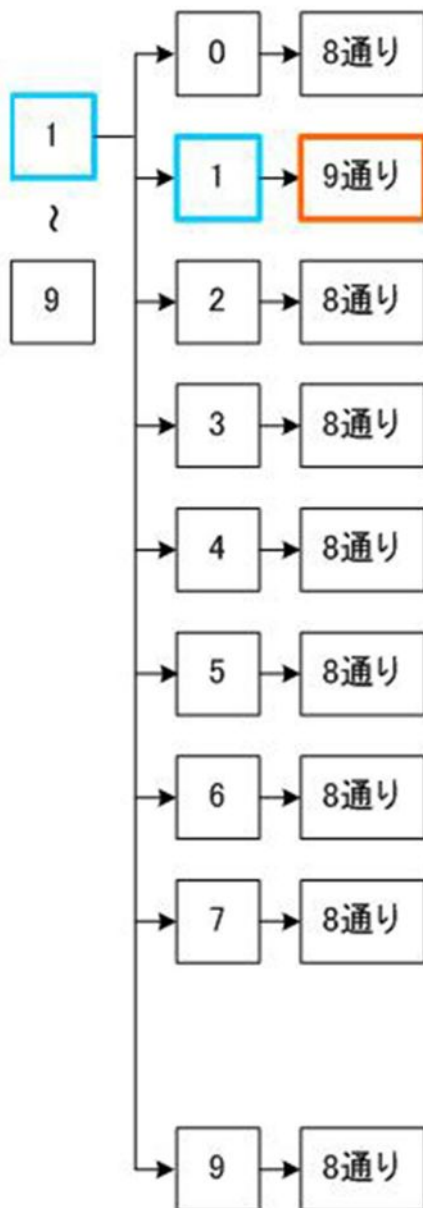
(1) 3けたの整数を【ABC】とすると、Aに入る数字・・・1～9の9通り
Bに入る数字・・・0～9のうち、Aと足して9にならないもの：9通り
Cに入る数字・・・0～9のうち、A、Bと足して9にならないもの：8通り
ただし、A=Bのとき、Cに入る数字は0～9のうち9通りある
(11X、22X、33X、44X、55X、66X、77X、88X、99X)
ので、合計すると、 $9 \times 9 \times 8 + 9 = 657$ 通り となります。

<別解>

整数ABCの数字の並びは、下の図1のようになります。

A=1の例を示してあります。

図1



A = B の場合、A に入る数字は 9 通りで、C に入る数字も A と足して 9 にならない数字なので 9 通りあり、 $9 \times 9 = 81$ 通り。

A ≠ B の場合、A に入る数字は 9 通りで、B に入る数字は A と足して 9 になる数字と、B = A の数字の 2 つを除いた 8 通りで、

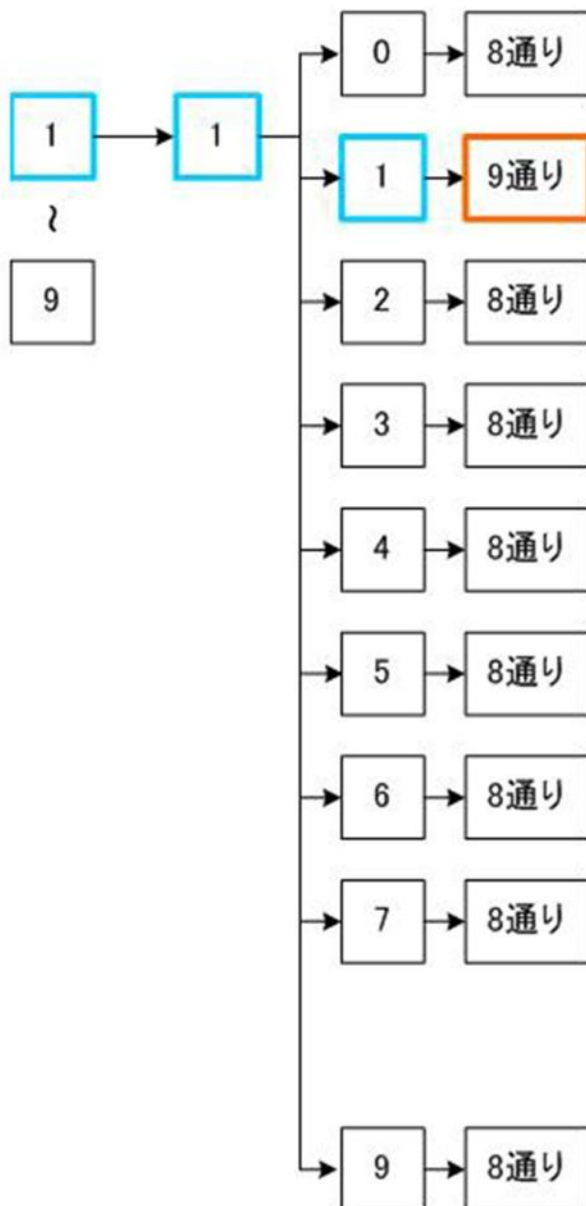
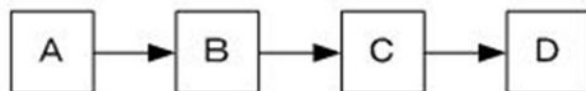
C に入る数字は、A、B と足して 9 にならない数字で 8 通りあり、 $9 \times 8 \times 8 = 576$ 通り。

よって、合計すると、

A = B の場合 (9×9) + A ≠ B の場合 ($9 \times 8 \times 8$) = $81 + 576 = 657$ 通りとなります。

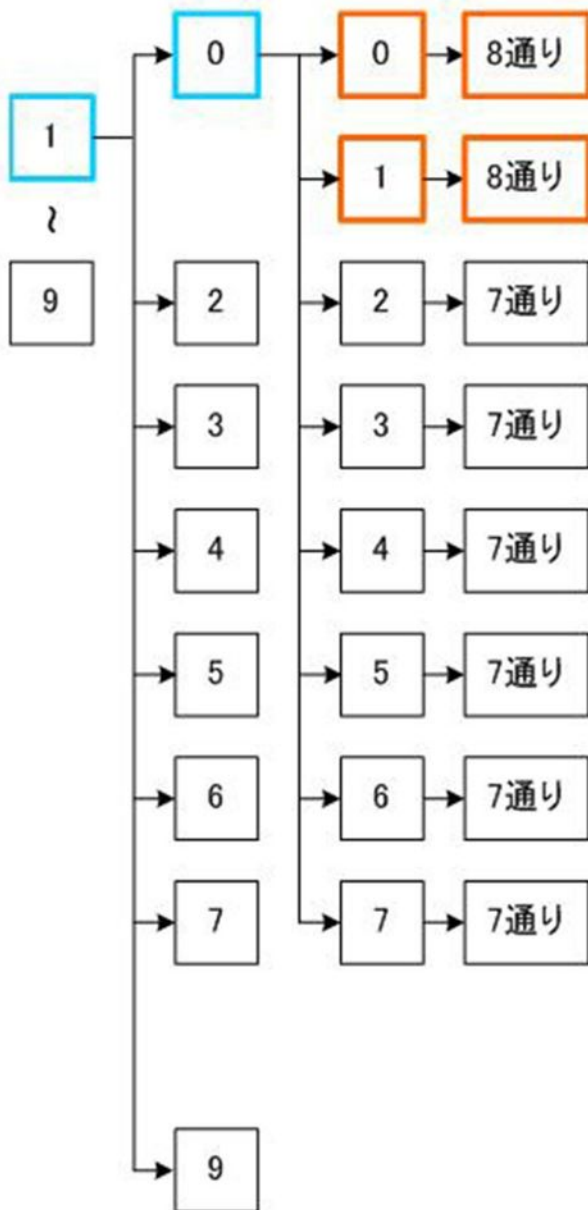
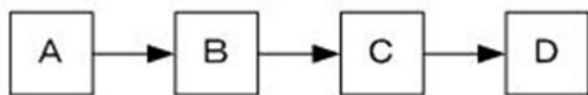
(2) 4 けたの整数を【A B C D】とすると、A = B のとき、下の図 2 のように (1) の図 1 と同様になり、657 通りあります ($9 \times (9 + 8 \times 8) = 657$ 通り)

図2



次に $A \neq B$ のときは、下の図3 のようになります。

図3



Aに入る数字は、1～9の9通りです。

Bに入る数字は、 $A \neq B$ なので、0～9の10個の数字から、 $A = B$ のものと、Aと足して9になる数字を除いた8通りです。

$A \neq B$ のとき、Cに入る数字は、A、Bと足して9になる2種類の数字を除いた8通りあります。

Cに入る数字がA、Bと等しいとき(2通り)、Dに入る数字は0～9からA、Bと足して9になる数字を除いた8通り。

Cに入る数字がA、Bとは異なる数字のとき($8 - 2 = 6$ 通り) Dに入る数字は、0～9から、A、B、Cと足すと9になる数字(3種類)を除いた7通り。

よって、 $A \neq B$ のとき、Aには9通り、Bには8通り、

★ $C = A$ または B のとき(2通り)→Dに8通り

★ $C \neq A、B$ のとき(6通り)→Dに7通りの数字があてはまるので、 $9 \times 8 \times (2 \times 8 + 6 \times 7) = 72 \times 58 = 4176$ 通りあります。

よって、整数【ABCD】として考えられるものは、 $A = B$ の場合と、 $A \neq B$ の場合を合わせて、 $657 + 4176 = 4833$ 通りあります。

(3) ABCDの $A \neq B \neq C \neq D$ のときが何通りあるかを調べると、Aに入る数字：1～9の9通り

Bに入る数字：Aと、Aと足して9になる数字を除く8通り(9は奇数なので、Aと、Aと足して9になる数字は異なる)

Cに入る数字：AとBと、A、Bと足して9になる数字2つを除く6通り

(Aと、Aと足して9になる数字は異なり、 Bと、Bと足して9になる数字は異なり、 Bは、Aと、Aと足して9になる数字とは異なるので、4つの数字はすべて異なる)

Dに入る数字：AとBとCと、A、B、Cと足すと9になる数字3つの

合計6個を除いた4通り

(Aと、Aと足して9になる数字は異なり、Bと、Bと足して9になる数字は異なり、Cと、Cと足して9になる数字は異なり、Bは、Aと、Aと足して9になる数字とは異なりCは、A、Bと、A、Bと足して9になる数字とは異なるので、 6つの数字はすべて異なる)

よって、4けたの整数ABCDとして考えられるものは、Aに9通り、Bに8通り、Cに6通り、Dに4通りの数字がそれぞれ

入りうるので、 $9 \times 8 \times 6 \times 4 = 1728$ 通りあります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A30 四角形の性質

解答

四角形の性質の基本です。

ひし形、平行四辺形、正方形、長方形に対角線を描いて、表をうめると下の図のようになります。

[問題を見る](#)

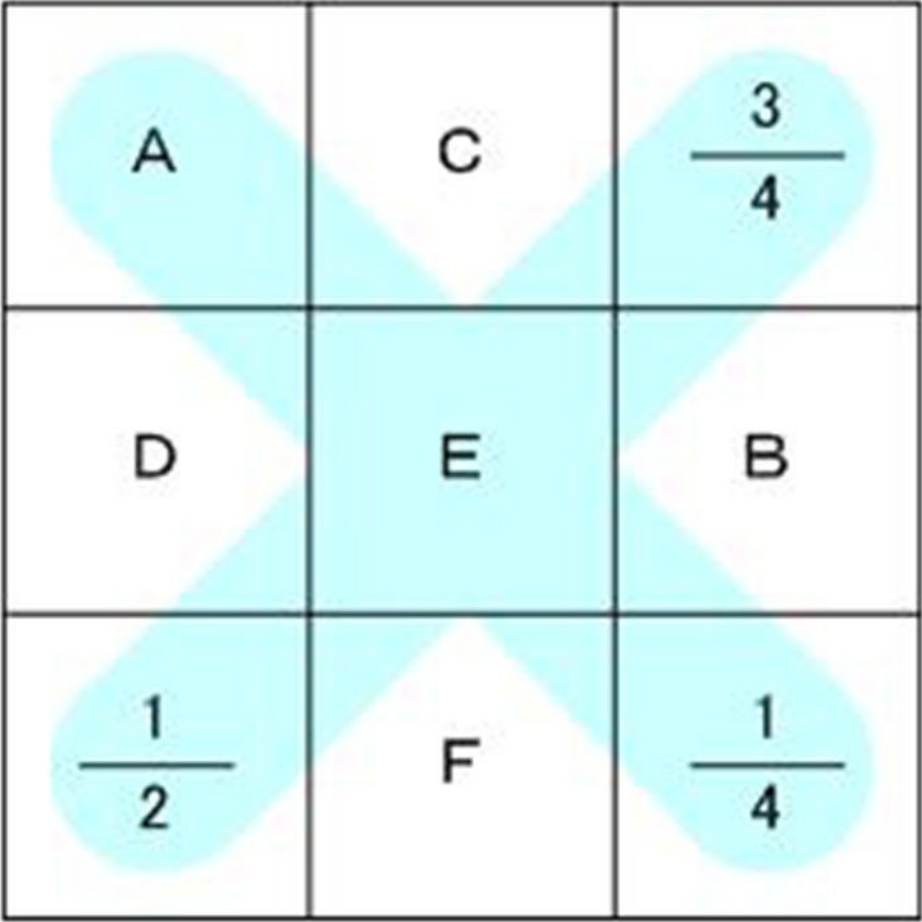
[目次へ](#)

A31 魔方陣

解答

まず、A，B以外の空らんをC，D，E，Fとし、下の図1のように水色のラインに注目すると、

図1

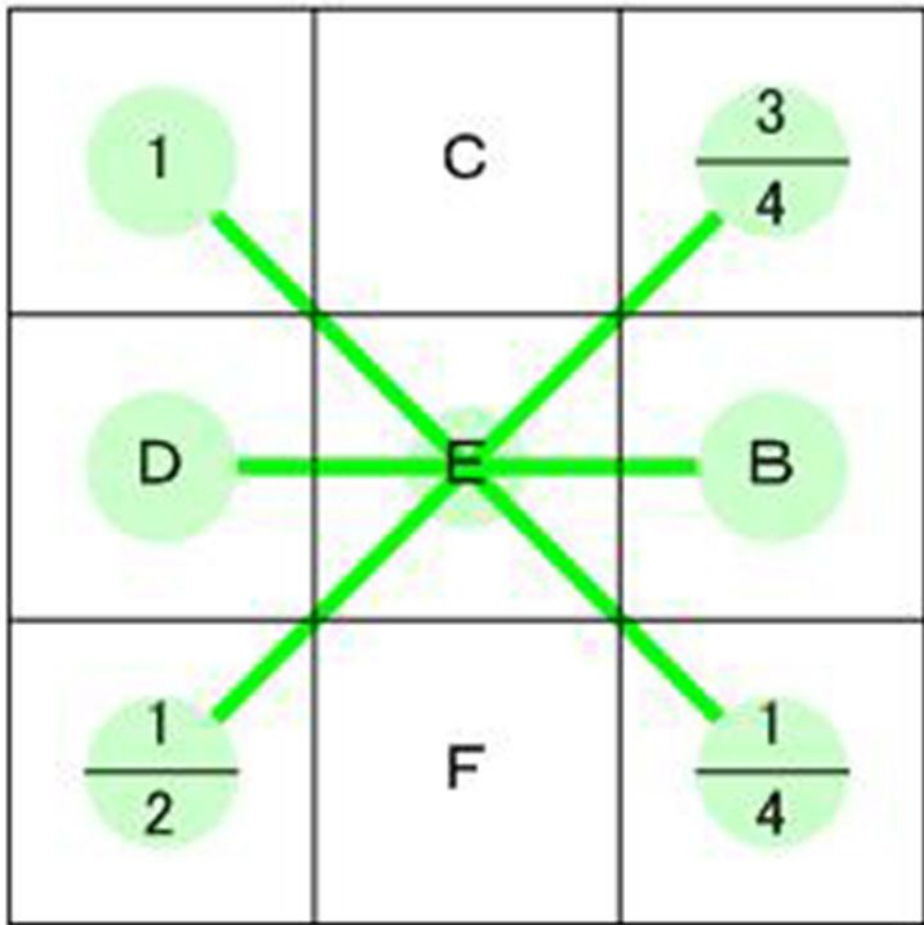


$A + E + 1/4 = 1/2 + E + 3/4$ ということがわかります。

ここから、 $A = (1/2 + E + 3/4) - (E + 1/4) = 1$ と求められます。

次にBの数を求めるにあたって、下の図2のような緑のラインに注目すると、

図2



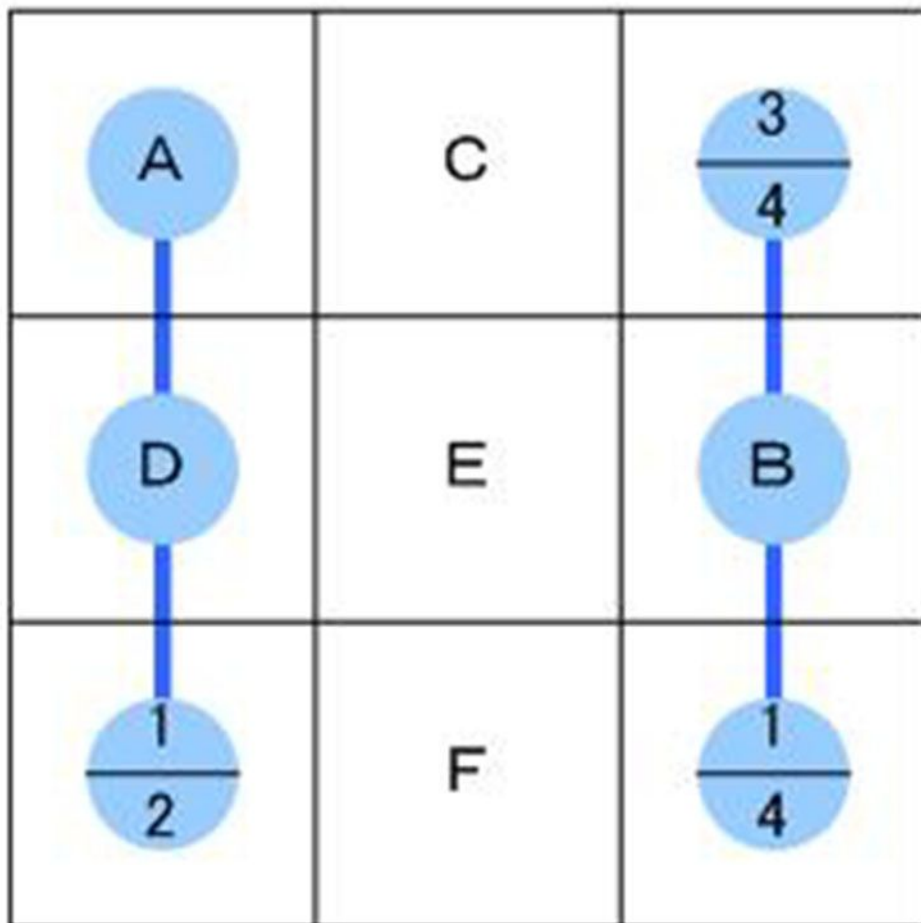
$1 + E + \frac{1}{4} = D + E + B = \frac{1}{2} + E + \frac{3}{4}$ と、すべて「E」が入っているので除くことができ、

$1 + \frac{1}{4} = D + B = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$

つまり、 $D + B = \frac{5}{4}$ とわかります。

次に、下の図3のような青いラインに注目すると、

図3



この2つのラインの数をすべて足すと、

$1 + D + 1/2 + 3/4 + B + 1/4 = 5/2 + D + B$ となりますが、

$D + B = 5/4$ でしたので、

$5/2 + 5/4 = 1\ 5/4$ となります。

よって、1つのラインの数の和は、 $1\ 5/4 + 2 = 1\ 5/8$ と求めることができます。

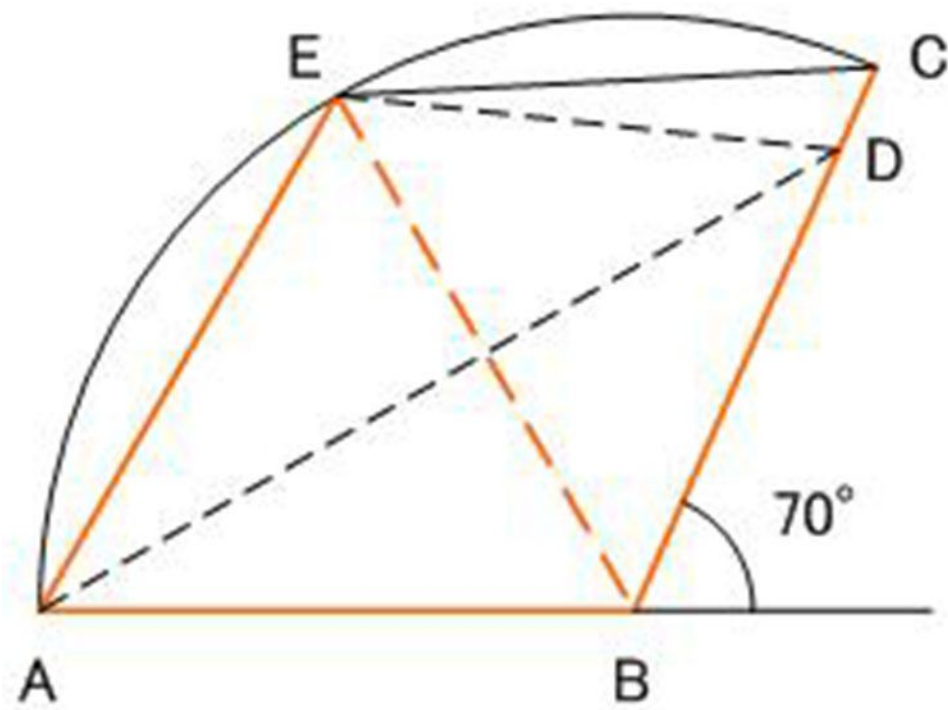
ゆえに、Bに入る数は、 $1\ 5/8 - (3/4 + 1/4) = 7/8$ ということがわかります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A32 平面図形の角度

解答

A Dを折り目として折ると、点Bと点E が重なるので、A Bの長さ=A Eの長さ=円の半径の長さ となります。
半径の長さと等しい部分に色をつけると、下図のようになります



三角形A B Eは正三角形で、角A B E=6 0度だとわかります。
よって、角C B Eの大きさ=1 8 0－（角A B E+7 0度）=5 0度です。
また、三角形B C Eは、B C=B Eなので、二等辺三角形です。
よって、角C B E=5 0度なので、角B C E=（1 8 0－5 0）÷2=6 5度と求められます。

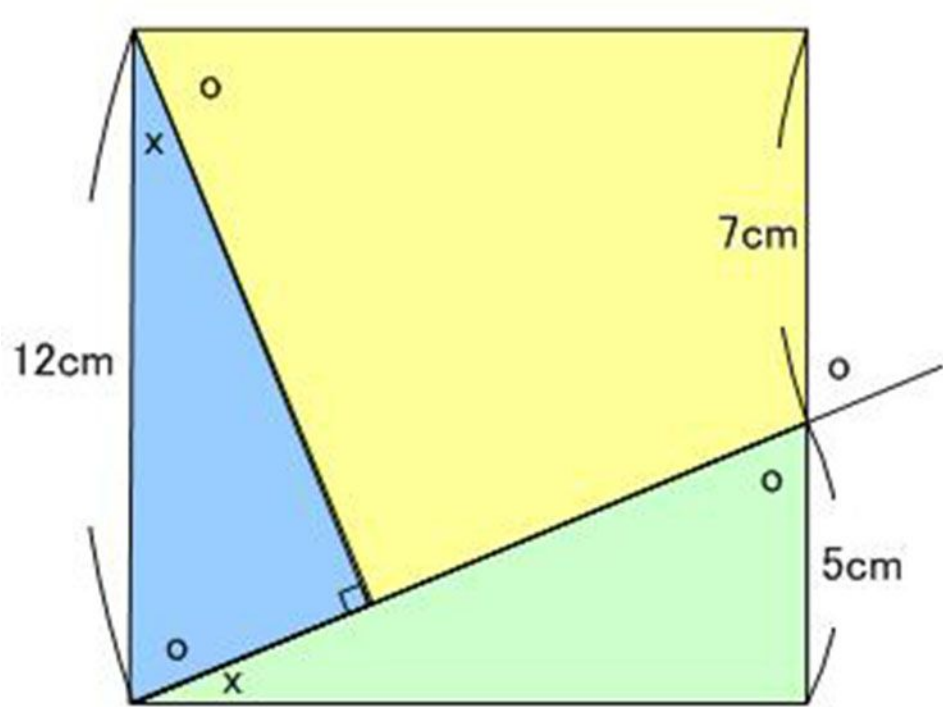
[問題を見る](#) [目次へ](#)

A33 図形パズル

解答

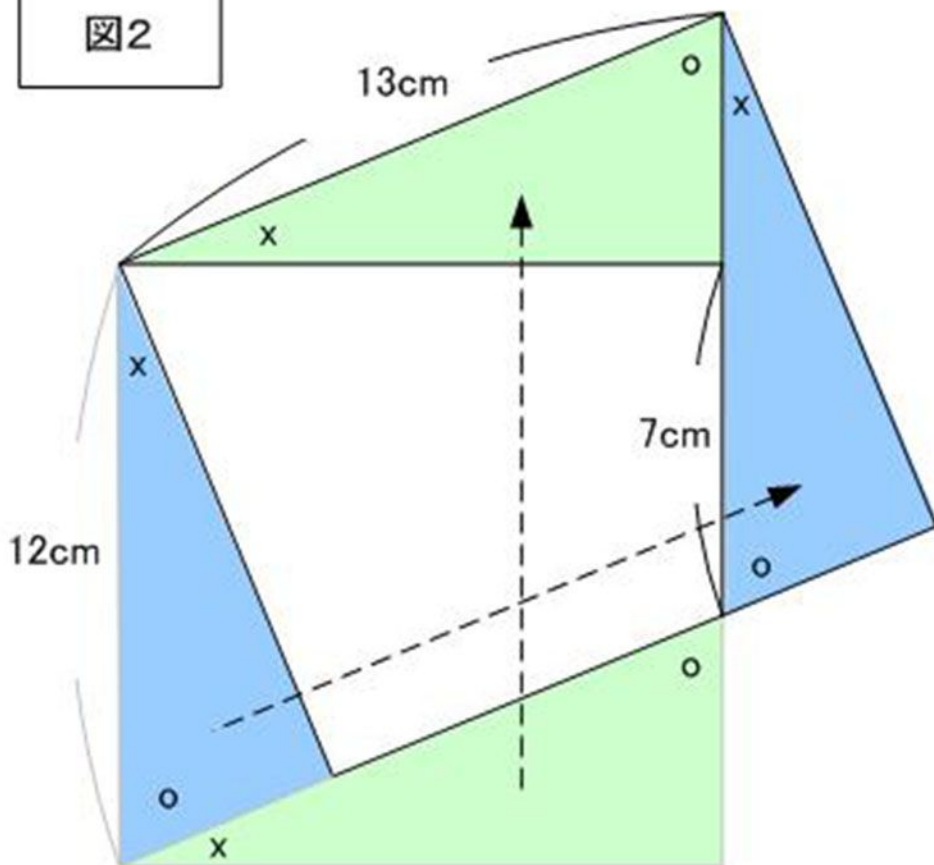
正方形の線にそって紙を切ると、図1のように黄色、青、緑の3つの部分に分けられます。
青と緑の直角三角形に注目すると直角以外の2つの角度を「×」と「○」として図1のように描きこむことができます。

図1



青の直角三角形と緑の直角三角形は、それぞれの斜辺が12cmと13cmなので、相似です。
黄色い部分を動かさず、青と緑の直角三角形を黄色の周りに配置すると、下の図2のようにすれば長方形になります。

図2



長方形の1つの辺の長さは、緑の直角三角形の斜辺の長さと等しく 13 cm だとわかります。

もう1つの辺の長さを求めるには、元の正方形の面積と、新しい長方形の面積が等しいことを利用して
 $12 \times 12 = 13 \times \text{長方形短辺}$ なので、

長方形短辺 $= 144 \div 13 = 11 \frac{1}{13} \text{ (cm)}$ と求めることができます。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A34 約分できない数

解答

$18 = 2 \times 2 \times 3$ なので、分子が2の倍数のものと、3の倍数のものは、約分できることになります。

1から180までに、2の倍数は、 $180 \div 2 = 90$ 個あります。

3の倍数は $180 \div 3 = 60$ 個あります。

2と3の両方の倍数（＝6の倍数）は、 $180 \div 6 = 30$ 個あるので、

約分できるものは、 $90 + 60 - 30 = 120$ 個あり、約分できないものは、 $180 - 120 = 60$ 個あることがわかります。

約分できないものの分子は、1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, . . . , 167, 169, 173, 175, 179

の60個です。

この和の求め方としては、

方法①

$1 + 5 = 6$ 、 $7 + 11 = 18$ 、 $13 + 17 = 30$ 、 $19 + 23 = 42$. . .

のように、2つずつの和が6, 18, 30, 42, . . . , 354 となって、

12ずつの差で並ぶ30個の整数の和となり、この和は、

$(6 + 354) \times 30 \div 2 = 180 \times 30$ となります。

方法②

$1 + 179 = 180$

$5 + 175 = 180$

$7 + 173 = 180$

.

ということに気づければ、この和は、180が $60 \div 2 = 30$ 個あり、 $180 \times (60 \div 2) = 180 \times 30$ となります。

方法①または方法②により、分子の和は 180×30 で、分母は18なので、約分できない分数の和は、

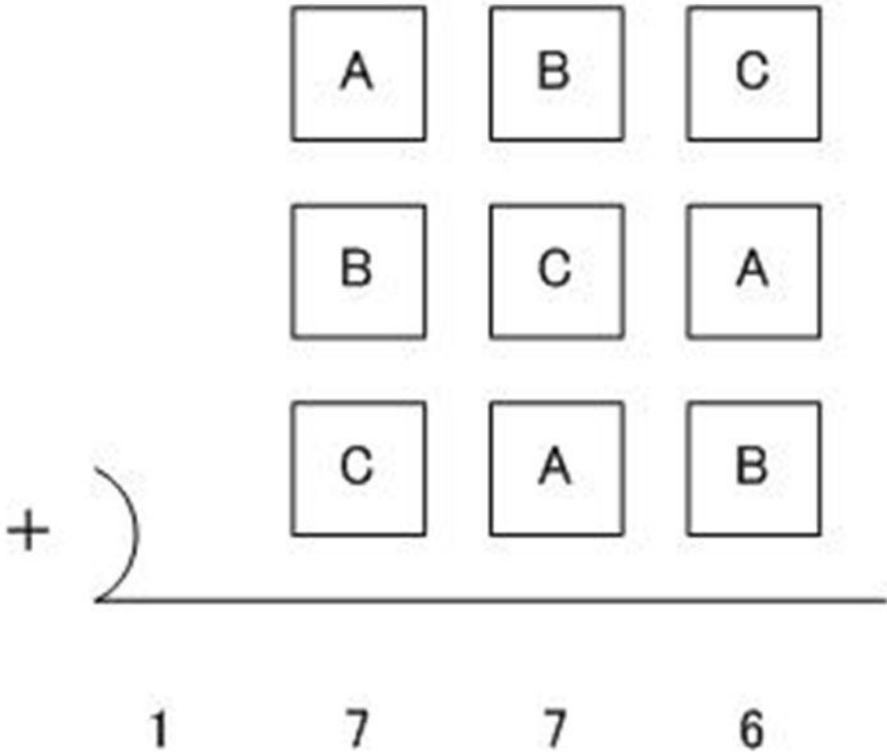
$180 \times 30 \div 18 = 300$ と求められます。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A35 数の組み合わせ

解答

「ABC」+「BCA」+「CAB」の計算を筆算で書くと下図のようになります。



この一の位に注目すると、 $A + B + C = 6$ または 16 であることがわかりますが、 $A + B + C = 6$ の場合、
「ABC」+「BCA」+「CAB」= 666 になるので、問題と一致しません。

よって、 $A + B + C = 16$ で、 $A > B > C$ となるような組み合わせを調べればよいことになります。

Aに9から順番にいれ、Bにも大きい数字から順に入れると下の表のようになり、

A	9	9	9	8	8	8	7	7
B	6	5	4	7	6	5	6	5
C	1	2	3	1	2	3	3	4

A，B，Cの組み合わせは、全部で8通りとなります。

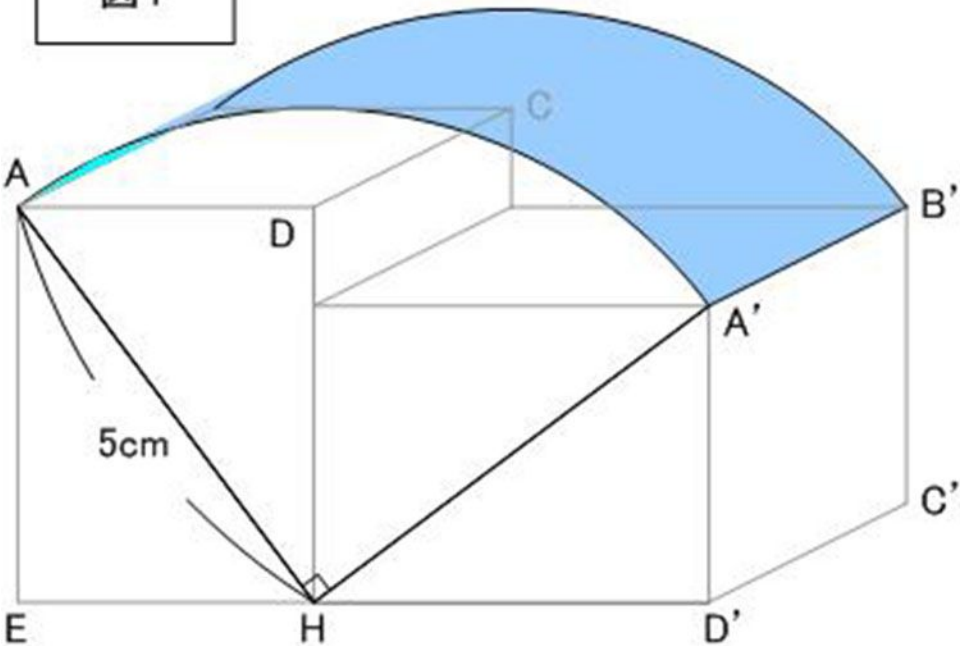
[問題を見る](#) [目次へ](#)

A36 回転体の体積

解答

(1) 直方体を回転させたとき、辺ABが通る部分は、下の図1のように、A'B'まで移動するので、青い部分となります。

図1



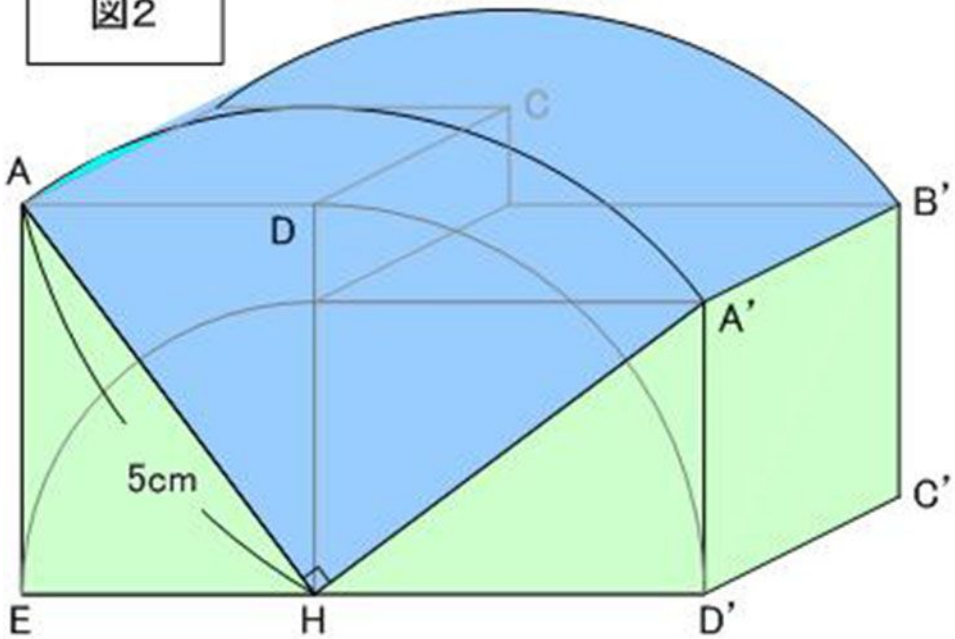
90度回転しているので、角AHA'の大きさは90度で、AH=5cmより、

AA'の長さ=5×2×3.14×90/360=7.85cmと求められ、

辺ABが通った部分の面積=7.85×3=23.55cm²となります。

(2) 直方体が回転によって通る部分は、下の図2のようになります。

図2



緑の部分は、合わせると元の直方体と同じになり、その体積は、 $3 \times 4 \times 3 = 36 \text{ cm}^3$ です。

青い部分は、AHを半径とした扇形の柱で、その体積は、
 $5 \times 5 \times 3 \cdot 14 \times 90 / 360 \times 3 = 58.875 \text{ cm}^3$ です。

ゆえに、直方体を通った部分の体積は、

$36 + 58.875 = 94.875 \text{ cm}^3$ となります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A37 棒の可動範囲

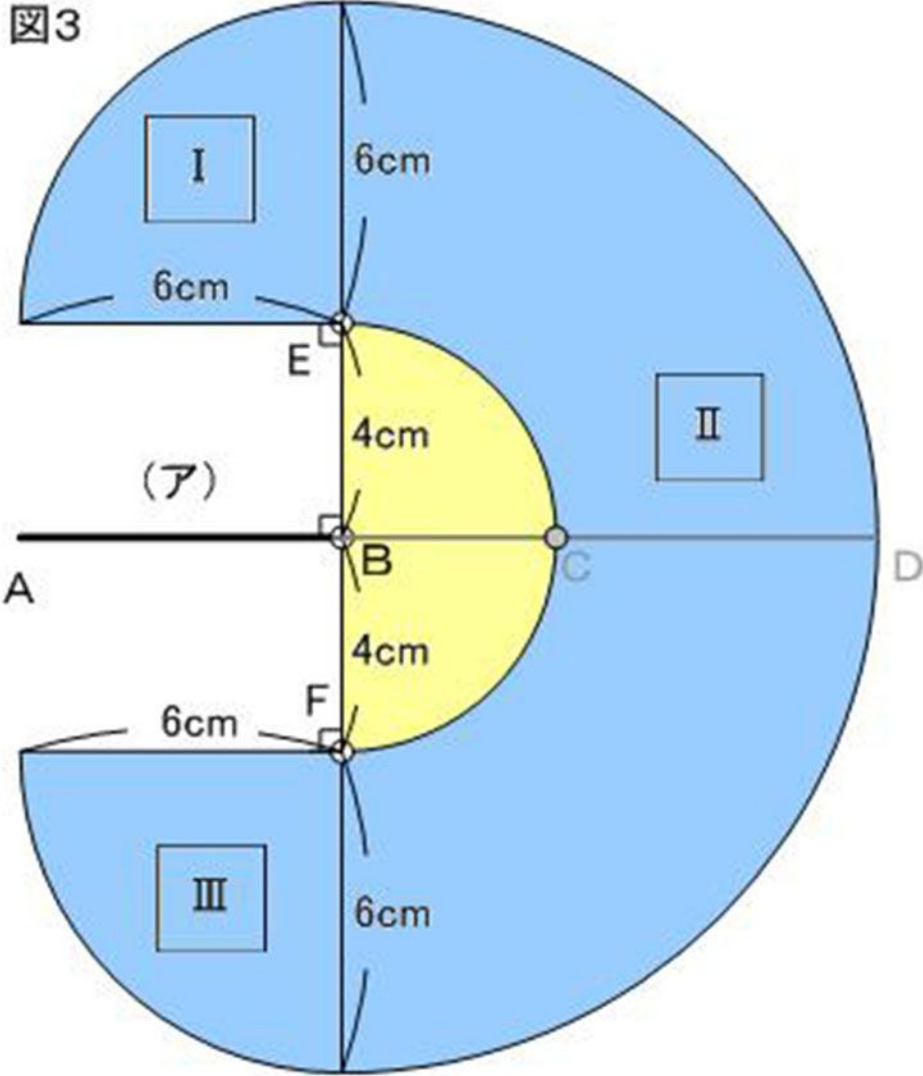
解答

(1) 棒と棒の作る角度は90度より小さくならないので、棒(ウ)を動かすことができる部分は、下の図3のようになります。

棒(イ)を動かすことができる範囲は、図3の黄色い半円部分で、その外側部分(Ⅱ)と、点E・Fを中心に棒(ウ)を90度動かした

部分(ⅠとⅢ)に分けることができます。

図3



(2) 図3の青い部分の周囲の長さは、Ⅰの部分： $6 + 6 \times 2 \times 3.14 \times 90 / 360 = 6 + 3 \times 3.14$ (cm)
Ⅲの部分：Ⅰの部分と等しく、 $6 + 3 \times 3.14$ (cm)
Ⅱの部分： $4 \times 2 \times 3.14 \times 180 / 360 + 10 \times 2 \times 3.14 \times 180 / 360 = 14 \times 3.14$ (cm)

よって、青い部分の周囲の長さは、

$$(6+3\times 3\cdot 14)\times 2+14\times 3\cdot 14=12+20\times 3\cdot 14=74\cdot 8\text{ (cm)}\quad \text{となります。}$$

(3) 図3の青い部分の面積は、

$$\text{Iの部分：}6\times 6\times 3\cdot 14\times 90/360=9\times 3\cdot 14\text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{IIIの部分：Iの部分と等しく、}9\times 3\cdot 14\text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{IIの部分：}(10\times 10-4\times 4)\times 3\cdot 14\times 180/360$$

$$=42\times 3\cdot 14\text{ (cm}^2\text{)}$$

よって、青い部分の面積は、

$$(9\times 2+42)\times 3\cdot 14=60\times 3\cdot 14=188\cdot 4\text{ (cm}^2\text{)}\quad \text{となります。}$$

[問題を見る](#)

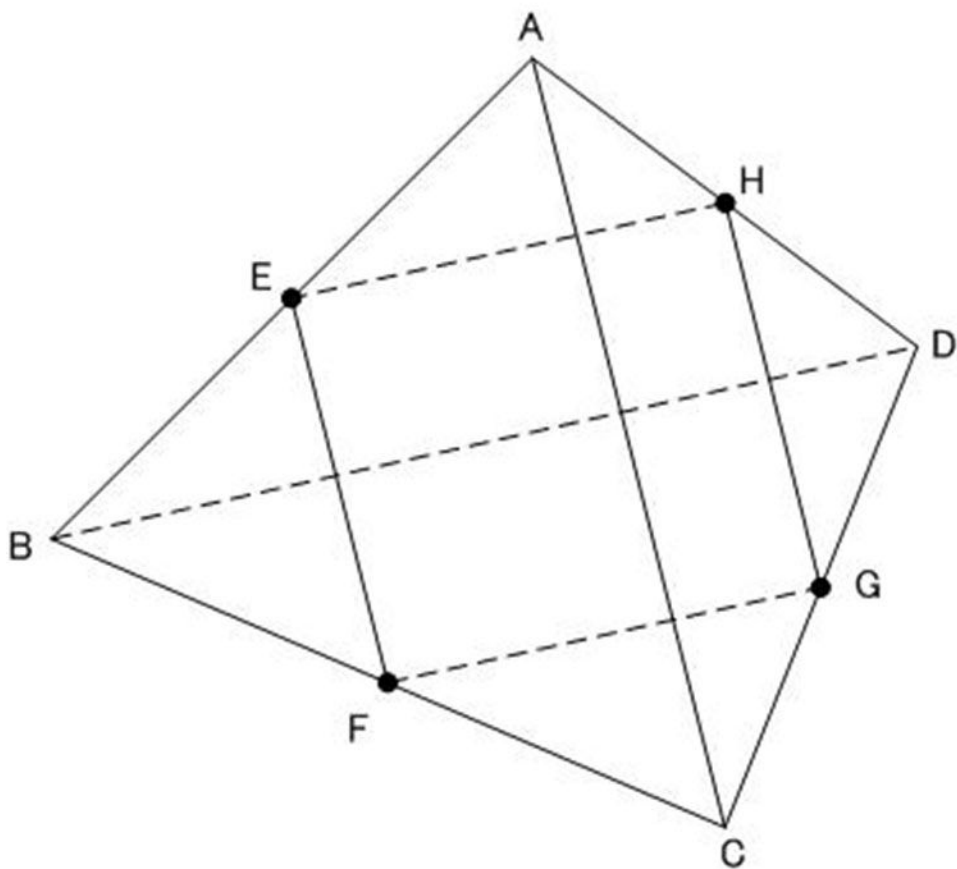
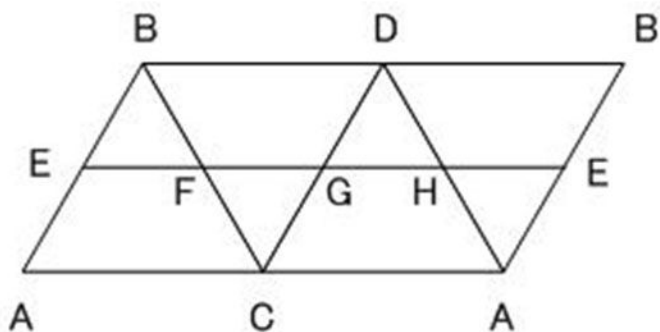
[目次へ](#)

A38 ひもで巻いたときの最短

解答

(1) 三角すいの展開図を描いて、点E からすべての面を通るような線を引くと下図のようになり、これが最短の長さになります。

それぞれの辺との交点をF, G, Hとすると、F, G, HもE と同じく各辺のまん中の点で、これを三角すいに描くと、



ひもの長さは、正三角形の辺の長さ2個分と等しいことがわかり、1辺3 cmなので、 $3 \times 2 = 6$ cm となります。

(2) 切り口の四角形EFGHは、 $EF = FG = GH = HE$ なので、ひし形、もしくは正方形ということがわかります。

ここで、四角形E F G Hの対角線E GとF Hの長さに注目します。

すると、図の対称性から、 $E G = F H$ となります。

対角線の長さが等しいのは正方形なので、切り口の四角形E F G Hは正方形です。

(ひし形の対角線の長さは等しくない)

よって、この切り口の面積は、

$E F = 3 \div 2 = 1.5 \text{ cm}$ なので、 $1.5 \times 1.5 = 2.25 \text{ cm}^2$ です。

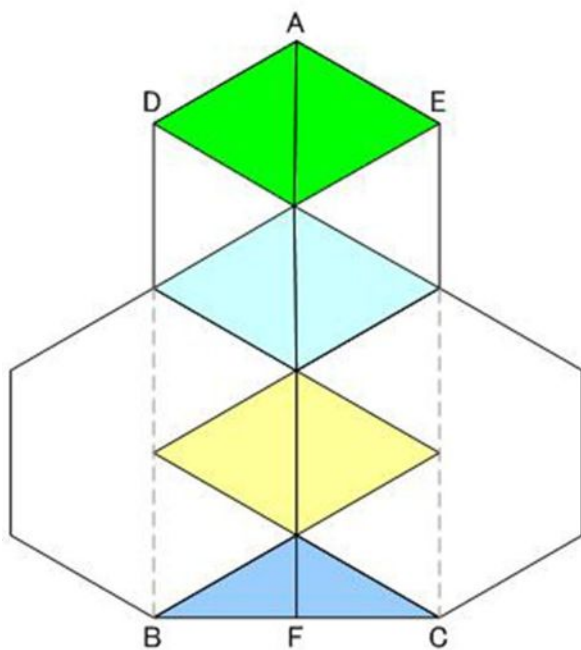
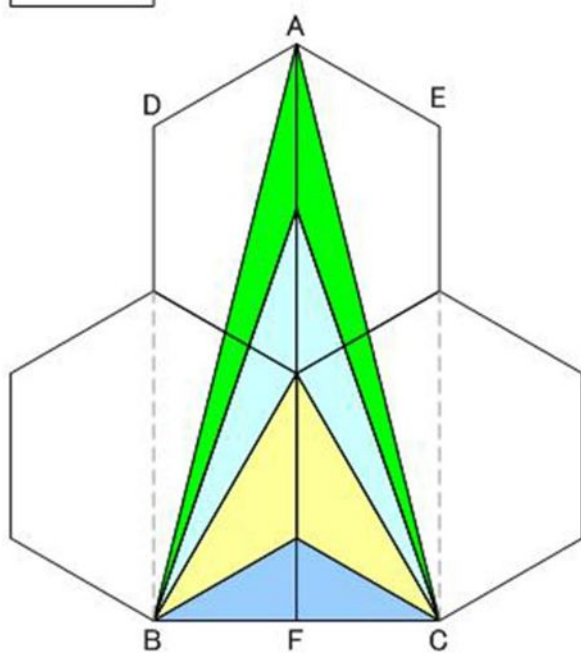
[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A39 平面図形の面積

解答

（１）三角形 ABC は、下の図３のように４つの部分に分けられ、 AF を底辺として、 AF に平行な BD ， CE 上に頂点を等積移動できます。



これらは正三角形7個分の面積と等しく、正六角形が6個の正三角形に分けられることから、三角形ABCの面積は $60 \div 6 \times 7 = 70 \text{ cm}^2$ となります。

(2) 図2の四角形APQRは、図の対称性から、三角形APQ+三角形ARQと考えられるので、片方(ここでは三角形APQ)の面積を求められれば、それを2倍にすれば四角形APQRの面積になります。三角形APQについて考えると、下の図4のように、三角形ABQの中にあります。

図4

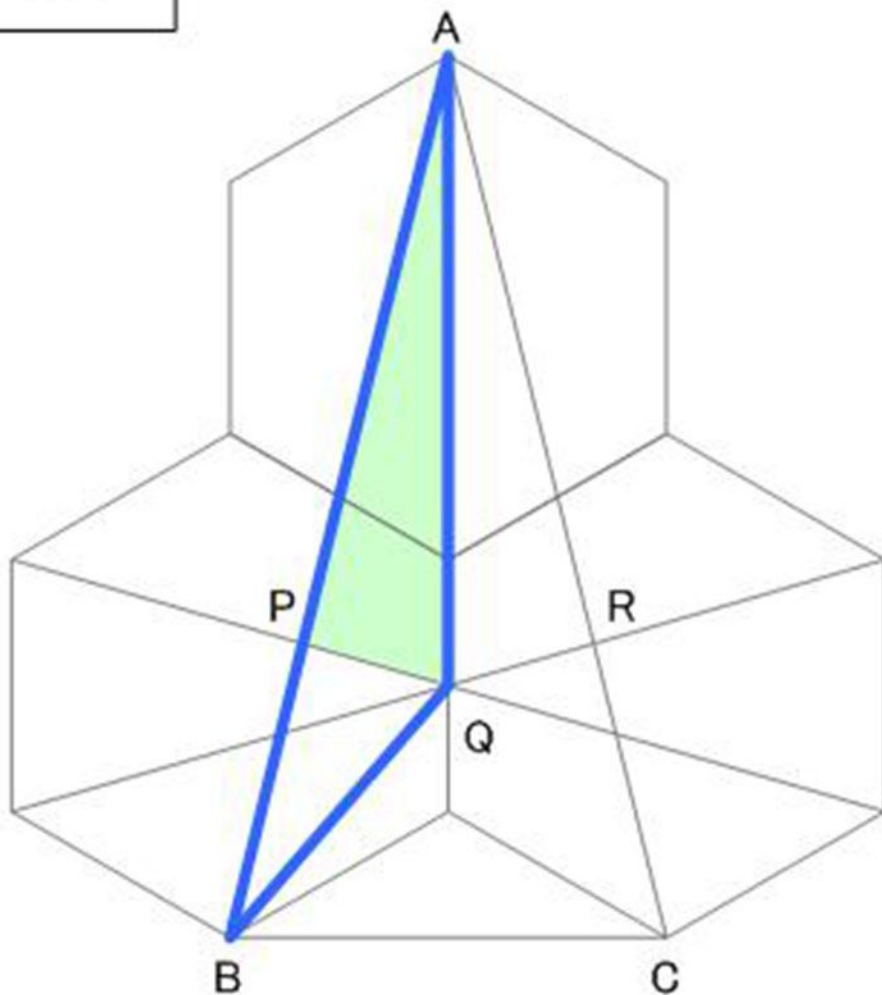
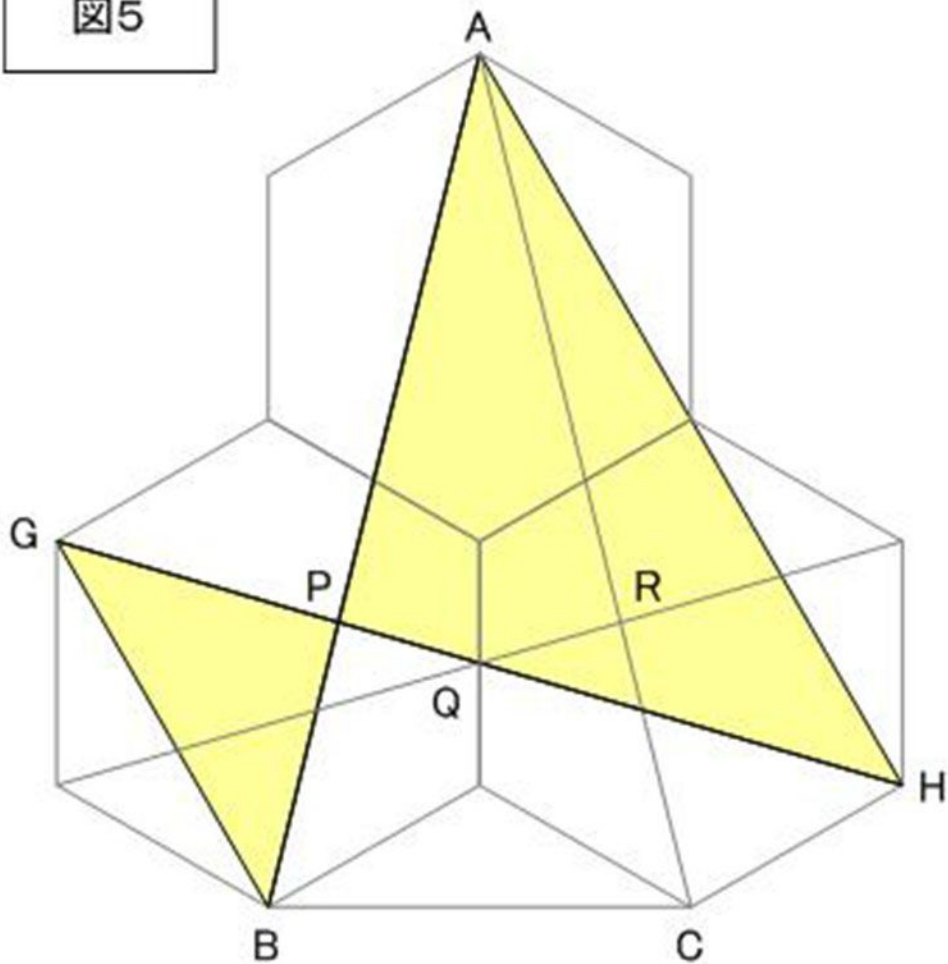


図5



三角形APHと三角形BPGが、AHとBGが平行なので、相似で、 $AH : BG = 2 : 1$ より、 $AP : PB = 2 : 1$ とわかります。

よって、三角形APQの面積は、三角形ABQの面積の $\frac{2}{3}$ です。

三角形ABQの面積は、(1)の図3のように等積変形すると、正三角形2・5個分に相当するので、正六角形の面積が 60 cm^2

なので、

$60 \div 6 \times 2 \cdot 5 = 25 \text{ cm}^2$ です。

よって、四角形APQRの面積は、 $25 \times \frac{2}{3} \times 2 = 100/3 = 33 \text{ と } 1/3 \text{ (cm}^2\text{)}$ となります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A40 長方形の中に三角形を作る場合の数

解答

(1) 6個の中から1つ目の点を選ぶ方法は6通りあります。

残り5個の中から2つ目の点を選ぶ方法は5通りあります。

B-E と E-B のように、同じものが2回数えられているので、 $6 \times 5 \div 2 = 15$ 通りとなります。

(2) 三角形を作る場合、選んだ3点が同じ辺上にあつては作ることができないので、12個の点から3個を選んだときに、

選ばれた3個が同一辺上にある場合を除けばよいです。

12個の点から3個を選ぶ選び方は、

$12 \times 11 \times 10$ ですが、

$ABE = AEB = BAE = BEA = EAB = EBA$ なので、

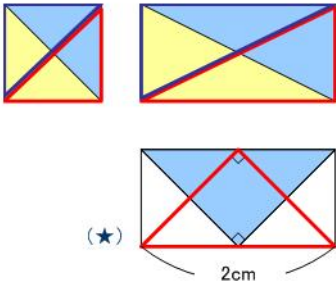
$12 \times 11 \times 10 \div (3 \times 2 \times 1) = 220$ 通りあります。

このうち、3つの点が同一辺上にあるは、BC上の6点から3点を選ぶ場合の

$6 \times 5 \times 4 \div (3 \times 2 \times 1) = 20$ 通り

AD上の6個の点から3個の点を選ぶ場合も同様に20通り合計で $20 \times 2 = 40$ 通りあります。

よって、できる三角形は、 $220 - 40 = 180$ 通りあります。



<別解>

三角形は底辺と頂点が決まればできますので、底辺と頂点の選び方から調べていきます。

三角形の底辺の長さが5cmのとき、BCが底辺のときは、頂点を辺AD上の6個の点から選ぶので、6通りあります。

ADを底辺とすると、頂点を辺BC上の6個の点から選ぶので、同様に6通りあります。

三角形の底辺の長さが4cmのとき、BC上に底辺があるときは、底辺がBH、ECの2通りあり、それぞれ

頂点の選び方が6通りあるので、合計で $6 \times 2 = 12$ 通りあります。

AD上に底辺があるときも、同様に12通りです。

三角形の底辺の長さが3cmのとき、BC上に底辺があるとき、底辺はBG、EH、FCの3通りあり、

頂点の選び方は6通りで、 $6 \times 3 = 18$ 通りの三角形が作れます。

AD上に底辺があるときも、同様に18通りです。

三角形の底辺の長さが2cmのとき、 $6 \times 4 \times 2 = 48$ 通りです。

三角形の底辺の長さが1 c mのとき、 $6 \times 5 \times 2 = 60$ 通りです。

この合計は、 $6 \times 2 + 6 \times 2 \times 2 + 6 \times 3 \times 2 + 6 \times 4 \times 2 + 6 \times 5 \times 2$

$= 6 \times 2 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 12 \times 15 = 180$ 通りとなります。

(3) 直角三角形は、下図のように長方形があれば、その中に4個作ることができます。

ただし、(★)の長方形のように、よこが2 c mの長方形の中にはさらに2個の直角三角形があるので、数える際に注意が必要です。

長方形の数は、よこ1 c mのものは5通り、よこ2 c mのものは4通り、

よこ3 c mのものは3通り、よこ4 c mのものは2通り、よこ5 c mのものが1通りで、

合計すると $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ 個の長方形が考えられ、

その中に作ることができる直角三角形は、 $15 \times 4 = 60$ 通りです。

よこ2 c mのものには、さらに2個の直角三角形があるので、

$4 \times 2 = 8$ 通りを加えて、 $60 + 8 = 68$ 通りの直角三角形があります。

(4) 直角二等辺三角形は、上図の(★)のものと、1辺1 c mの正方形(5通り)の中に4個作ることができるので、

$4 \times 2 + 5 \times 4 = 28$ 通り 作ることができます。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A41 マス目に入る数

解答

(1) 左上のかどには、必ず「1」が入ります。
あとは、下の1マスに2, 3, 4のいずれかが入るかなので、下図のように、合計3通りあります。

図3

1	3	4
2		

1	2	4
3		

1	2	3
4		

(2) 左上のかどには「1」が、右下のかどには「6」が必ず入ります。
残り4マスに入る2, 3, 4, 5の入れ方を調べると、「2」が「1」の右にあるときと、下にあるときと分けて、
下図のように5通りとなります。

図4

1		
		6

1	2	3
4	5	6

1	3	4
2	5	6

1	2	4
3	5	6

1	3	5
2	4	6

1	2	5
3	4	6

(3) 「2」が「1」の右にくる場合と、下にくる場合とで考えると、下の図5のように6通りあります。

図5

1	2	3
4		
5		

1	4	5
2		
3		

1	2	4
3		
5		

1	3	5
2		
4		

1	2	5
3		
4		

1	3	4
2		
5		

(4) のマス目のとき、「5」は下の図6のような水色のマスにしか入りません。

図6

1		5
	5	
5		9

「5」が左下の場合と、右上の場合について、「1」～「5」までの数字がどのマス目に入るか考えると、まず、(3)の図5の6通りがあります。

残りの4マスには、6、7、8、9の4つの数字が図2のように2通り

入るので、合計で $6 \times 2 = 12$ 通り考えられます。

次に、図2の2通りに、「5」を左下、右上につけて、下の図7のような4通りがあります。

図7

1	2	5
3	4	

1	3	5
2	4	

1	2
3	4
5	

1	3
2	4
5	

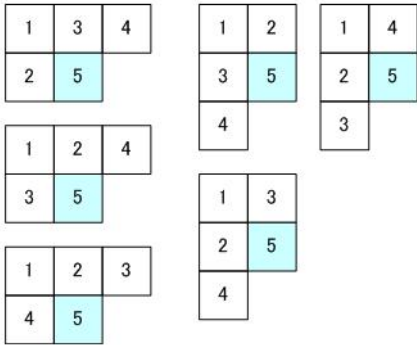
このとき、残りの4マスに入る数字の入りは、6、7、8、9のうち6、7、8の3つの数字が「5」のとなりに入る

ことができるので、それぞれ3通りです。

よって、この場合、 $4 \times 3 = 12$ 通り 数字の入れ方があります。

次に、「5」が9個のマス目のまん中にある場合も、「1」～「5」までの数字がどのマス目に入るか考えると、下の図8のように6通りあります。

図8



残りの4マスに入る数字の入り方は、それぞれ3通りなので、「5」が中央の場合、 $6 \times 3 = 18$ 通りの数字の入り方があります。

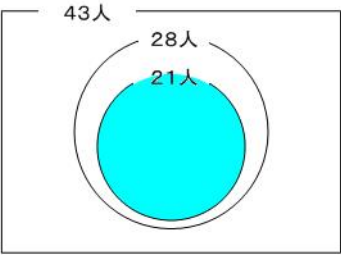
ゆえに、(4)のマスでは、 $12 + 12 + 18 = 42$ 通り 数字の入れ方があります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A42 クラスの人数（ベン図）

解答

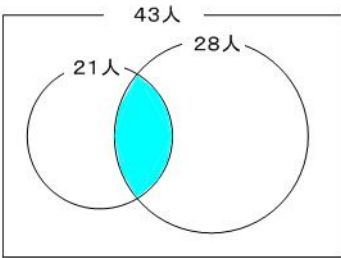
もっとも多い場合は、音楽好きな生徒21人が、全員スポーツも好きな場合で、このとき21人です。
図にすると下図のような場合です。（色のついた部分が両方好きな生徒）



もっとも少ない場合は、
音楽好きな生徒21人が、全員スポーツ好きではなかった場合には
0人となりますが、クラスの生徒数が43人なので、 $43 - 28 = 15$ 人がスポーツ好きではない人数のもっとも多い人数
です。

よって、音楽好きな生徒のうち、15人までならばスポーツ好き
ではないことがありえますが、残りの $21 - 15 = 6$ 人については、
スポーツ好きに分類せざるをえません。

よって、両方好きな生徒がもっとも少ない場合は、6人となります。
図にすると、下図のようになり、色のついた部分が6人で、



式にすると、 $21 + 28 - 43 = 6$ 人 となります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A43 計算問題

解答

$$(1) 123+234+345+456+567+678+789+891+912$$

100の位、10の位、1の位、すべて1～9までの数字を足す計算です。

1～9まですべて足すと、 $(1+9) \times 9 \div 2 = 45$ ですから、

この式は、 $45 \times 100 + 45 \times 10 + 45 \times 1$ と等しくなります。(45×111 と同じです。)

$$4500 + 450 + 45 = 4995 \quad \text{が答です。}$$

$$(2) (135 + 351 + 513) \div 111 + (2468 + 4682 + 6824 + 8246) \div 1111$$

式のかつこ内は、(1)と同様な計算ができ、 $135 + 351 + 513 = (1 + 3 + 5) \times 111$

$$2468 + 4682 + 6824 + 8246 = (2 + 4 + 6 + 8) \times 1111$$

となるので、 $111 \cdot 1111$ が約分できて、この式は、

$$(1 + 3 + 5) + (2 + 4 + 6 + 8) = 9 + 20 = 29 \quad \text{となります。}$$

$$(3) 135/111 + 357/111 + 579/111 + 791/111 + 913/111$$

分数の分子の部分は、 $135 + 357 + 579 + 791 + 913 = (1 + 3 + 5 + 7 + 9) \times 111$ で、

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5 \times 5$ (等差の奇数個の和は、真ん中(平均)の数×個数で求められる)

より、この式の答えは25です。

$$(4) (6789 + 7896 + 8967 + 9678) \div (1234 + 2341 + 3412 + 4123)$$

$$6789 + 7896 + 8967 + 9678 = (6 + 7 + 8 + 9) \times 1111$$

$$1234 + 2341 + 3412 + 4123 = (1 + 2 + 3 + 4) \times 1111 \quad \text{となります。}$$

すると、問題の式は、「 1111 」で約分できて、 $(6 + 7 + 8 + 9) \div (1 + 2 + 3 + 4) = 30 \div 10 = 3$ となります。

$$(5) 123 + 234 + 345 + 456 + 567 + 678 + 789$$

百の位は1～7まで、十の位は2～8まで、一の位は3～9までの和です。

1～9までの和が「45」なので、

$$\text{百の位の和} = 45 - (8 + 9) = 32$$

$$\text{十の位の和} = 45 - (1 + 9) = 35$$

$$\text{一の位の和} = 45 - (1 + 2) = 42$$

となり、 $32 \times 100 + 35 \times 10 + 42 \times 1 = 3592$ となります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A44 計算問題

解答

$$\begin{aligned} & 2005 \times 2006 + 2007 \times 2008 - 2005 \times 2008 - 2006 \times 2007 \\ &= 2005 \times (2006 - 2008) + 2007 \times (2008 - 2006) \\ &= 2007 \times 2 - 2005 \times 2 \\ &= (2007 - 2005) \times 2 \\ &= 2 \times 2 = 4 \end{aligned}$$

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A45 計算問題

解答

(1) 分数の足し算は意外と時間がかかりますので、分母が同じもの同士をまとめてみると、

この式は、

$$1/2 \times (1+2+3) + 1/3 \times (2+3+4) + 1/4 \times (3+4+5) \text{ となります。}$$

かつこの中は、等しい差で奇数個ならんでいるので、真ん中の数(平均)×個数 という計算が成り立ち、

$$1/2 \times (2 \times 3) + 1/3 \times (3 \times 3) + 1/4 \times (4 \times 3)$$

$$= 3 + 3 + 3 = 9 \text{ となります。}$$

(2) (1)と同様に、分母が同じものでまとめると、

$$1 + 1/2 \times (1+3) + 1/3 \times (1+3+5) + 1/4 \times (1+3+5+7)$$

$$= 1 \times 1 + 1/2 \times 2 \times 2 + 1/3 \times 3 \times 3 + 1/4 \times 4 \times 4$$

$$= 1 + 2 + 3 + 4 = 10 \text{ となります。}$$

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A46 既約分数の和

解答

(1) 2008個の分数のうち、約分できるものの個数を調べて、全体から引くことにします。

$\frac{A}{2009}$ が既約分数のとき、

$\frac{2009-A}{2009}$ も既約分数になる

$\frac{2009-A}{2009}$ が既約分数にならなかったなら

約分できることになり、2009-A が2009の約数

すなわち、2009 = 7 × 7 × 41なので、

2009 - A = 7 × B、41 × C という形に

直すことができればいけないので、

A も7や41の倍数でなければなりません。

しかし $\frac{A}{2009}$ が既約分数なので、

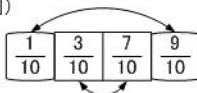
Aは2009の約数の倍数ではありません。

よって、 $\frac{2009-A}{2009}$ も既約分数になります。

さらに、次のように足すと1になります。

$$\frac{A}{2009} + \frac{2009-A}{2009} = 1$$

(例)



2009 = 7 × 7 × 41 なので、1 ~ 2008までに

7の倍数が、7 × 41 - 1 = 286個

41の倍数が、7 × 7 - 1 = 48個

7 × 41の倍数が、7 - 1 = 6個 それぞれあるので、

約分できる分数は、286 + 48 - 6 = 328個あり、

既約分数は、2008 - 328 = 1680個 あります。

(2) 1680個すべて足すわけにはいけないので、既約分数の持つ次のような性質を用いて工夫します。

2つで1になりますので、既約分数1680個からは、1680 ÷ 2 = 840個の「1」が作れますので、

既約分数をすべて足すと、1 × 840 = 840 となります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A47 数の性質 & 規則性

解答

(1) 並んでいる分数は、分母は奇数が1から、分子は1, 2, 3の繰り返し、ということがわかります。

$$1/50 \text{ より大きいもの} \rightarrow 1/50 = 2/100 = 3/150$$

分子が1で、分母が50より小さいもの

分子が2で、分母が100より小さいもの、

分子が3で、分母が150より小さいもの。

以上のものが何個あるか調べます。

分子が1で、分母が50より小さいものの分母は

1, 7, 13, 19, 25, ... と、6おきに並びます。

その数は、6で割って、あまりがあるときは商+1個です。

$$50 \div 6 = 8 \text{ あまり } 2 \text{ ですので、} 8 + 1 = 9 \text{ 個あります。}$$

分子が2で、分母が100より小さいものの分母は

3, 9, 15, 21, ... と、同様に6おきに並びます。

その数も、6で割ってあまりがあれば商+1個です。

$$100 \div 6 = 16 \text{ あまり } 4 \text{ ですから、} 16 + 1 = 17 \text{ 個です。}$$

分子が3で、分母が150より小さいものの分母は、

5, 11, 17, 23, ... と、同じく6おきに並びます

その数も、6で割ると、 $150 \div 6 = 25$ 個です。


あまりがないときは、商と同じ数になります。(確認: 6までだったら1個、12までだったら2個)

よって、 $1/50$ より大きい分数は $9 + 17 + 25 = 51$ 個 となります。

(2) $1/50$ に一番近い分数は、というと、分子が1, 2, 3のものそれぞれで、

分母が一番大きいもので比較しましょう。

$\frac{1}{49}$ $\frac{2}{99}$ $\frac{3}{149}$ の中で $\frac{1}{50}$ に近いのは


$$\frac{1}{49} > \frac{1}{49.5} > \frac{1}{49.67} > \frac{1}{50}$$

なので、 $\frac{3}{149}$ が $\frac{1}{50}$ に最も近い。

分子が1で50に一番近い分母は、1, 7, 13, 19, 25... の並びから、

分母 = $6 \times \text{個数} - 5$ と表せるので、 $6 \times 9 - 5 = 49$ です。

分子が2で100に一番近い分母は、同様に分母 = $6 \times \text{個数} - 3$ と表せるので、 $6 \times 17 - 3 = 99$ 。

分子が3で150に一番近い分母は、同様に分母 = $6 \times \text{個数} - 1$ なので、 $6 \times 25 - 1 = 149$ 。

[問題を見る](#)

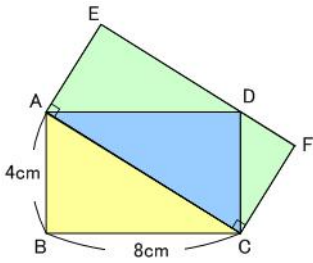
[目次へ](#)

A48 長方形の面積

解答

三角形 A C D は長方形 A B C D の面積の半分であるとともに、等積変形して三角形 A C F と等しくなるので、長方形 A C F E の

面積の半分とも等しいと言えます。



長方形 A B C D の面積の半分と、長方形 A C F E の面積の半分が等しいということは、

長方形 A B C D の面積と長方形 A C F E の面積が等しいということですから、その面積は、ともに $4 \times 8 = 32 \text{ cm}^2$ です。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A49 虫食い算

解答

A は、1111、2222、3333、4444、5555、6666、7777、8888、9999 のどれかなので、1111 の倍数ということになります。

よって、 $A \times B = 1111 \times \square \times B = 44448888$ と表せるので、

(\square には1～9のいずれかが入ります)

$44448888 \div 1111 = 40008 = \square \times B$ となります。

解法1： \square に1～9を入れてBを求めます。

$$40008 \div 1 = 40008$$

$$40008 \div 2 = 20004$$

$$40008 \div 3 = 13336$$

$$40008 \div 4 = 10002$$

$$40008 \div 5 = \text{割り切れない}$$

$$40008 \div 6 = 6668$$

$$40008 \div 7 = \text{割り切れない}$$

$$40008 \div 8 = 5001$$

$$40008 \div 9 = \text{割り切れない}$$

以上のことから、条件を満たすものは、

$\square = 6$ のとき、すなわち、 $A = 6666$ で、 $B = 6668$ となります。

解法2：40008を因数分解します。

$$40008 = 4 \times 10002 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 1 \times 6 \times 6 \times 7$$

となることから、40008は、2、3、 2×2 、 2×3 、 $2 \times 2 \times 2$ の倍数です。

解法1の5、7、9について調べずに済みます。

また、 $40008 = 1 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 4 = 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 8$ に気づければ、

すぐに、 $\square = 6$ で、 $A = 6666$ 、 $B = 6668$ を導くことができます。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A50 立方体の切断

解答

（１）３点Ａ，Ｂ，Ｇを通る平面で切った切り口は下図１、３点Ａ，Ｍ，Ｎを通る平面で切った切り口は図２のようになります。

図1

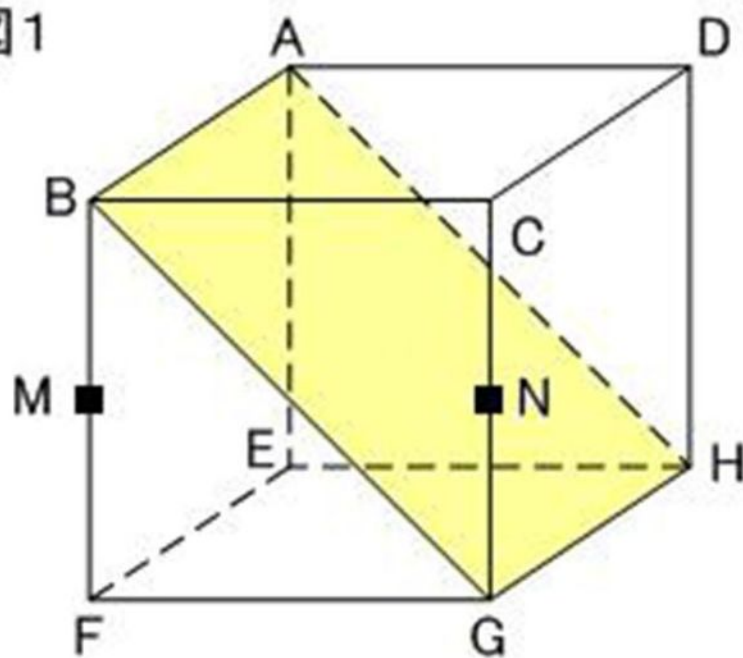
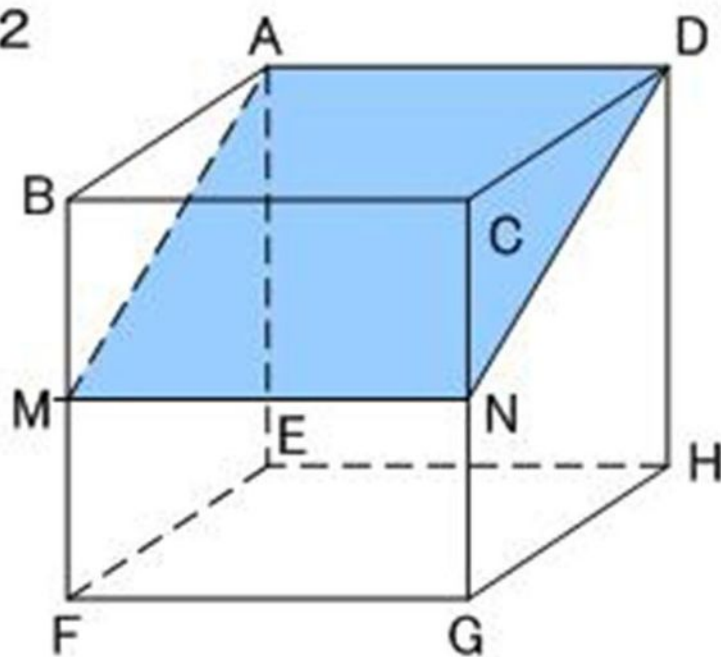


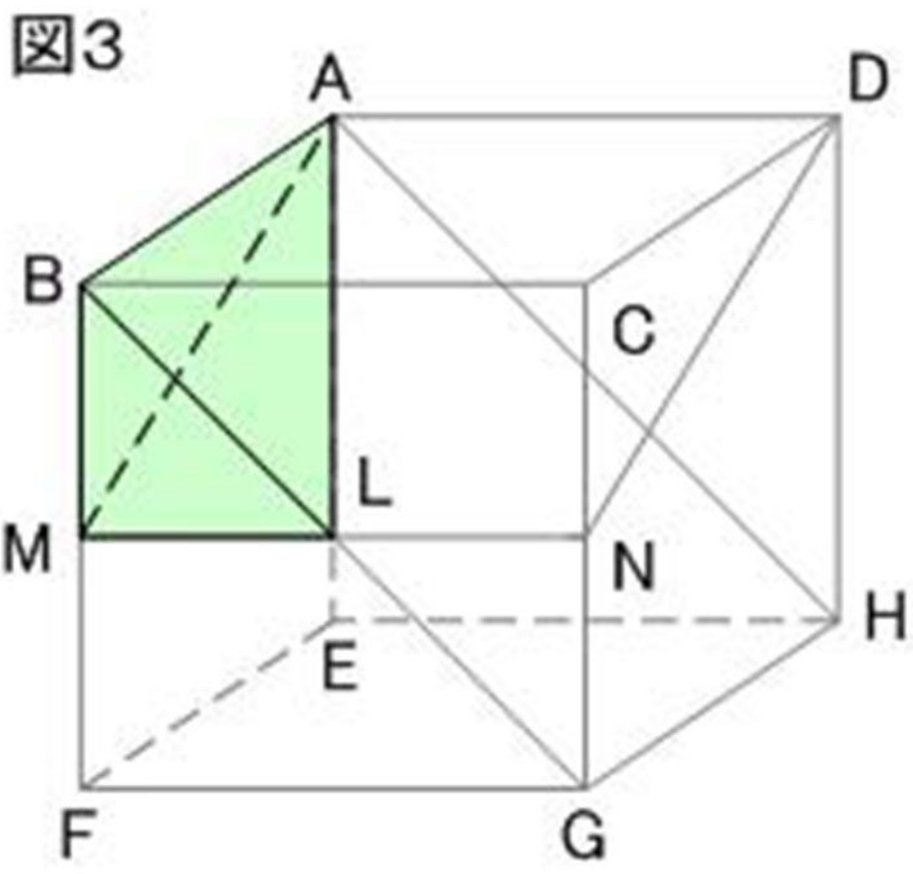
図2



(2) 立体Pと立体Rの体積の和は、立方体を図2のように切ったときの、辺BCを含む立体(三角柱ABM-DCN)になります。

これは、立方体の体積の4分の1に等しく、 $72 \div 4 = 18 \text{ cm}^3$ となります。

(3) 立体PはBCとMNの交点を点Lとすると、下の図3のように三角すいA-BLMとなります。



この立方体の体積は 72 cm^3 なので、1辺の長さを求めることができません。

そこで、1辺の長さを $\square \text{ cm}$ とすると、 $\square \times \square \times \square = 72$ が成り立ちます。

立体Pについて、 $BM = ML = \square / 2 \text{ (cm)}$ で、高さ $= AB = \square \text{ cm}$

より、体積は、 $\square / 2 \times \square / 2 \div 2 \times \square \div 3 = \square \times \square \times \square \div 24$ で、

$\square \times \square \times \square = 72$ なので、立体Pの体積 $= 72 \div 24 = 3 \text{ cm}^3$ と求められます。

(4) まず、立体Qと立体Sを合わせた図形について描いてみます。

すると、下の図4のようになります。(実際は、図2の上の部分を消しゴムで消してみしょう)

図4

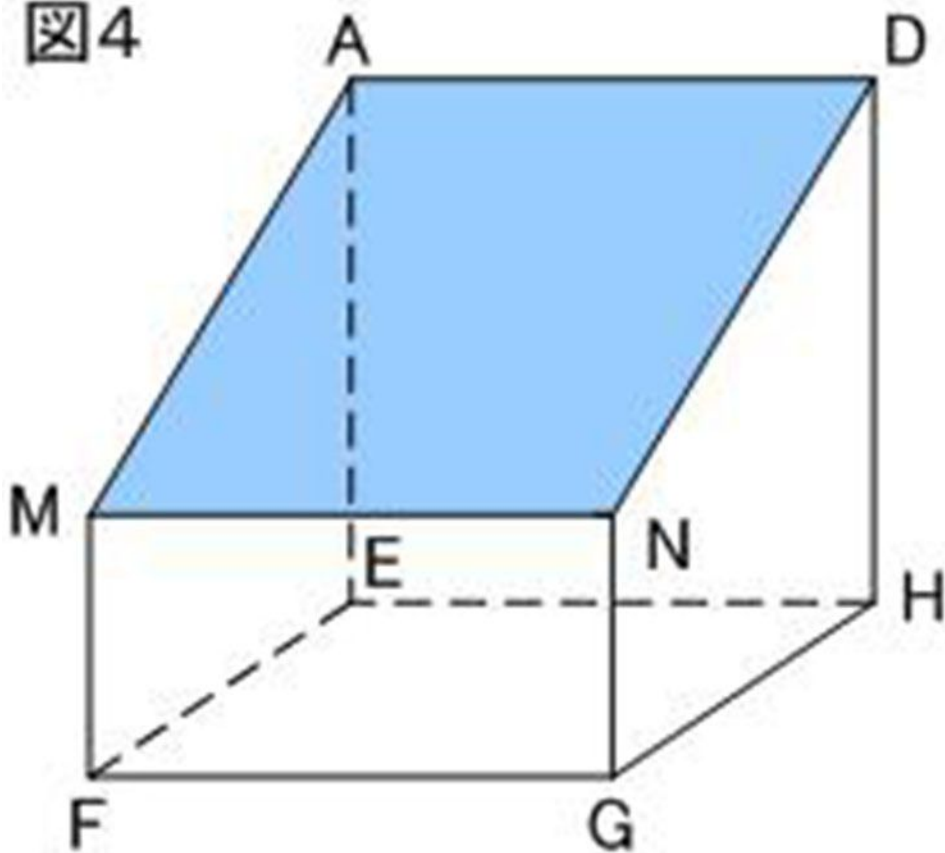
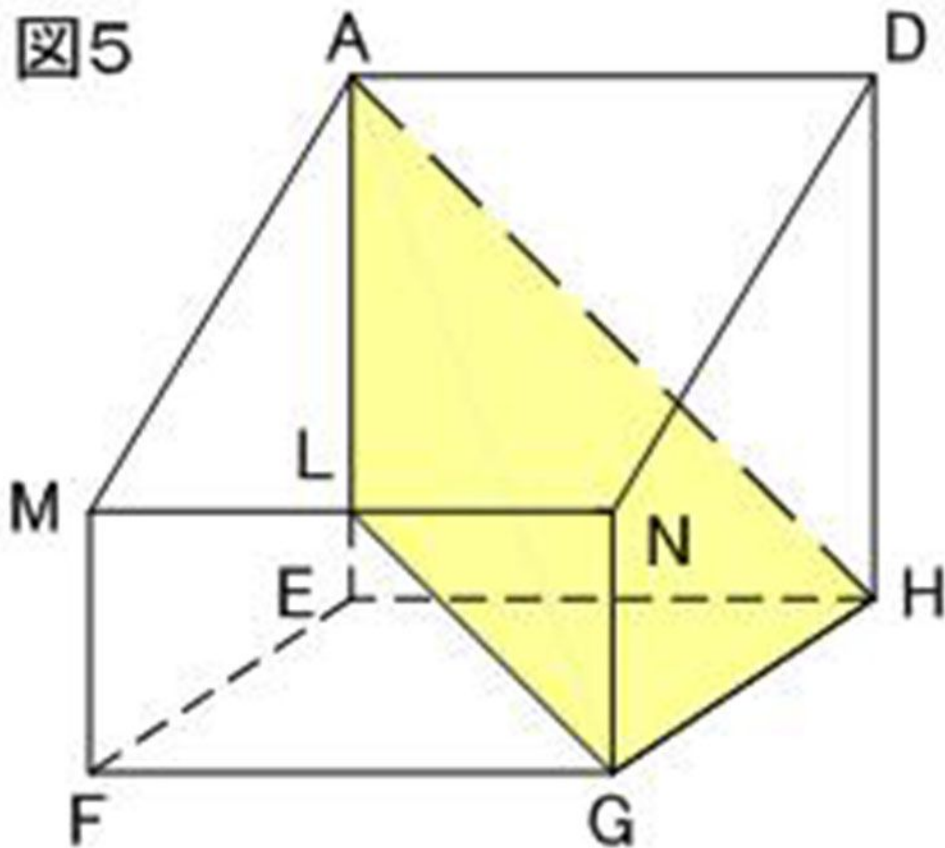


図4に、図1の切り口を合わせると、下の図5のようになります。

図5



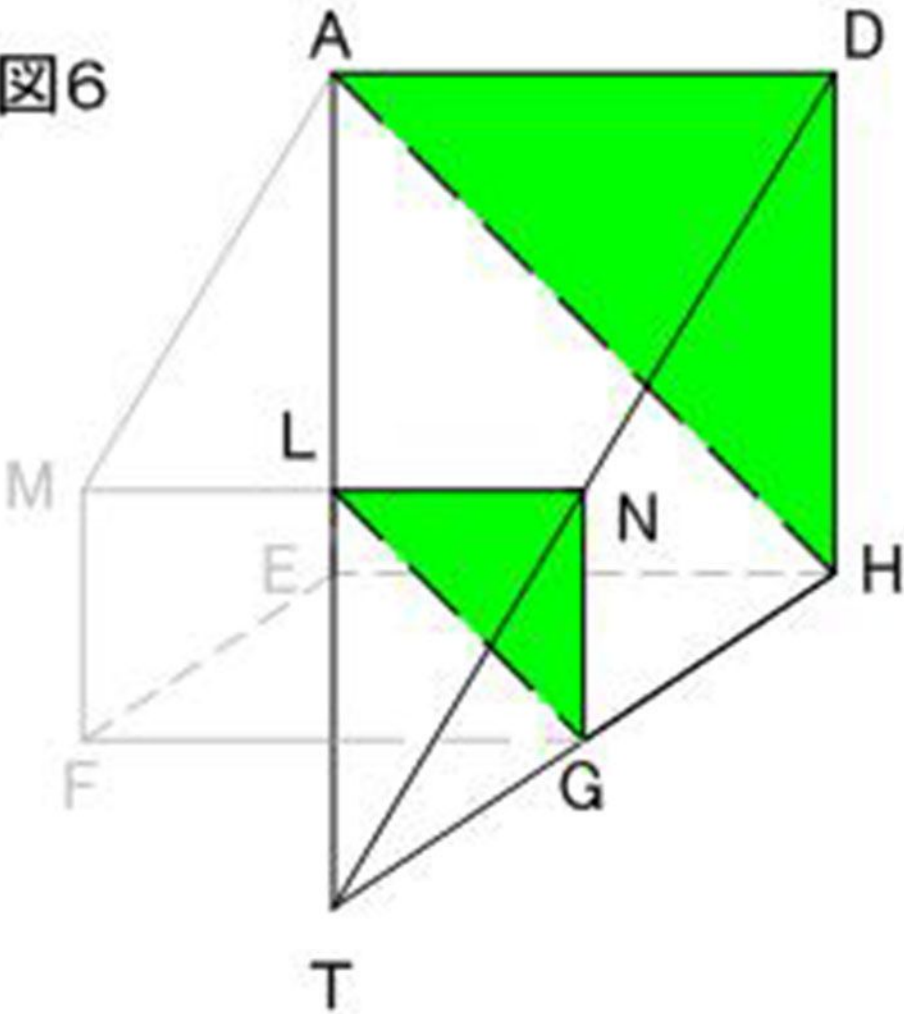
立体Sは、三角すい台 $LNG-ADH$ となります。

三角形 LNG の面積と三角形 ADH は相似で、相似比は $1:2$

なので、 AL 、 DN 、 HG の延長の交点を点 T とすると、

下の図6のようになり、 $TL=LA$ 、 $TN=ND$ 、 $TG=GH$ です。

図6



三角すい $T-LNG$ の体積：三角すい $T-ADH$ の体積

$= 1 \times 1 \times 1 : 2 \times 2 \times 2 = 1 : 8$ なので、立体 S の体積は、三角すい $T-ADH$ の体積の $7/8$ です。

三角すい $T-ADH$ の体積は、三角形 ADH の面積 $= \square \times \square \div 2$

高さ $= TH$ （三角形 ADH と垂直に交わっているので） $= \square \times 2$ より、

$$\square \times \square \div 2 \times \square \times 2 \div 3 = \square \times \square \times \square \div 3 = 7 \div 2 \div 3 = 2 \div 4 \text{ cm}^3$$

となるので、立体 S の体積は、その $7/8$ で、

$$2 \div 4 \times 7/8 = 2 \div 1 \text{ cm}^3 \text{ となります。}$$

[問題を見る](#)

[目次へ](#)